

ارائه مدلی جهت تعیین ضریب هدایت حرارتی اجسام متخلخل

احمد قضاتلو*⁺

تهران، پژوهشگاه صنعت نفت، معاونت بازرگانی، صندوق پستی ۱۴۶۶۵ - ۱۹۹۸

چکیده: در این مقاله بر اساس تحلیل ریاضی در فضای یک بعدی، ضریب هدایت حرارتی اجسام متخلخل با حفره‌هایی در مقیاس ماکرو مدل سازی شده است. مدل سازی متخلخل مبتنی بر تحلیل ریاضی بوده و در آن سه حالت متخلخل (۰٫۷۴، ۰٫۶۸، ۰٫۵۲) $\psi =$ لحاظ شد. سپس با در نظر گرفتن فرض‌های نزدیک به واقعیت که با هدف تسهیل در تحلیل محاسبات و حذف مکانیسم‌های تشعشع و جابه‌جایی بود مدلی ساده $k_p = k_g k_s / (k_s + \psi(k_s - k_g))$ توصیه شد. نتیجه‌های به دست آمده از مدل پیشنهادی برای سه ماده متخلخل پنبه، فیبر و ماسه در دو حالت، هنگامی که درون حفره‌ها یک بار هوا و بار دیگر آب قرار گیرد ارزیابی شد که نتیجه‌های به دست آمده از مدل برای محتوی هوا دارای دقت بسیار خوبی بود. در مدل پیشنهادی، هرچه کسر ضریب هدایت جامد به ضریب هدایت گاز در یک جسم متخلخل بیشتر باشد دقت پاسخ مدل بیشتر می‌شود. به عبارتی هر قدر توده جسم متخلخل، هدایت بیشتری داشته باشد و یا سیال درون حفره خاصیت هدایت ضعیف تری داشته باشد انطباق مدل بر رفتار حرارتی آن جسم بیشتر شده و دقت پیش بینی آن افزایش می‌یابد. در نتیجه کاربرد این مدل برای اجسام متخلخلی که چگالی بیشتری دارند توصیه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: ضریب هدایت حرارتی مؤثر، جسم متخلخل، مدل سازی، هدایت.

KEY WORDS: Effective thermal conductivity, Porous media, Modeling, Conduction.

مقدمه

در سیال درون حفره‌ها صرف نظر می‌شود [۲]. مهم‌ترین عامل در تحلیل ضریب هدایت اجسام متخلخل تعداد و اندازه حفره‌ها می‌باشد. همچنین شکل، جهت متخلخل و میزان نشر سطوح داخلی حفره‌ها نیز اثراتی بر میزان ضریب هدایت اجسام متخلخل خواهند داشت. ولی به طور جامع نمی‌توان اثرات همه عامل‌های موجود را بر ضریب هدایت لحاظ کرد و به همین دلیل اغلب مدل‌ها به صورت تجربی ارائه شده‌اند [۲].

مدل های تجربی ارائه شده

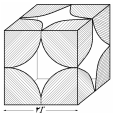
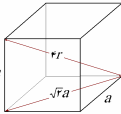
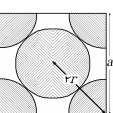
افراد زیادی به بررسی اثر پارامترهای موجود در اجسام متخلخل

دقت مدل رفتار حرارتی یک جسم متخلخل تابع ضریب هدایت آن می‌باشد و پاسخ مدل نهایی را به واقعیت نزدیک تر می‌کند. به طور کلی شار حرارتی انتقال یافته به یک جسم متخلخل، با تلفیق روش‌های هدایت، جابه‌جایی و تشعشع در داخل توده و حفره‌های جسم هدایت می‌شود. دو شاخص جنس ذرات جامد و رنگ آنها مهم‌ترین عامل‌ها در نوع مکانیسم هدایتی اجسام متخلخل در قسمت توده‌ی آنها می‌باشد [۱]. اگر قطر حفره‌های جسم بزرگ‌تر از ۳ میلی‌متر باشد در این صورت مکانیسم جابه‌جایی درون حفره‌ها برقرار می‌شود در مدل سازی ضریب هدایت اجسام متخلخل، به علت کوچک بودن اندازه حفره‌ها اغلب از مکانیسم‌های تشعشع و جابه‌جایی

*E-mail: ghozatloo@ripi.ir

*عهده دار مکاتبات

جدول ۱- معرفی چیدمان آرایه های اتم و درصد تخلخل آنها.

حالت	مدل آرایه	درصد تخلخل	شکل هندسی
۱	مکعبی ساده	٪۴۸	
۲	مکعبی مرکز حجمی	٪۳۲	
۳	مکعبی مرکز سطحی	٪۲۶	

هدایت و جابه‌جایی مؤثرند [۲]. بر اساس مدل‌های فیزیکی و نحوه چیدمان آرایه های اتم می‌توان میزان تخلخل یک جسم را در سه حالت مکعبی ساده^(۱)، مکعبی مرکز حجمی^(۲) و مکعبی مرکز سطحی^(۳) در نظر گرفت. میزان تخلخل این حالت‌ها در جدول ۱ آورده شده است [۱۴-۱۲].

در برخی حالت‌ها ممکن است که میزان توده جسم از ٪۷۴ نیز بیشتر شود ولی اغلب این حالت‌ها در اجسام متخلخل کمتر اتفاق افتاده و با افزایش این مقدار، احتمال اینکه توزیع تخلخل در سراسر جسم یکسان نباشد بیشتر خواهد شد. در این صورت نمی‌توان یک ضریب هدایت یکنواخت و کلی را برای آن جسم ارائه کرد و به‌طور معمول از ضریب هدایت موضعی که تابع مکان در داخل جسم خواهد بود استفاده می‌شود.

فرضیات حاکم بر مسئله

- فرضیات در نظر گرفته جهت مدل سازی اجسام متخلخل عبارتند از:
- از مکانیسم‌های جابه‌جایی و تشعشع در درون حفره‌ها صرف نظر می‌شود.
 - مدل به‌صورت حفره ای که حفره‌های آن در راستای محورهای مختصات به‌طور منظم قرار گرفته‌اند می‌باشد.
 - سیال داخل جسم رقیق، یکنواخت و از یک نوع می‌باشد.
 - عملکرد دینامیکی سیالات درون حفره‌ها نسبت به یکدیگر ناچیز بوده و اثری روی یکدیگر ندارند.

پرداخته‌اند [۷-۳]. برای اجسام متخلخل دو مدل پیشنهادی زیر از جمله مدل‌هایی بودند که توانستند کاربرد مناسبی را پیدا کنند [۸].

$$k_p = k_g \phi^{2/3} + k_s (1 - \phi^{2/3}) \quad (1)$$

$$k_p = k_s \frac{\phi^{2/3} + \varepsilon(1 - \phi^{2/3})}{\phi^{2/3} - \phi + \varepsilon(1 - \phi^{2/3} + \phi)}, \quad \varepsilon = \frac{k_s}{k_g} \quad (2)$$

که در آن k_p ضریب هدایت جسم متخلخل، ϕ میزان تخلخل، k_s ضریب هدایت بالک و k_g ضریب هدایت سیال می‌باشد. ساختار به نسبت ساده مدل‌های فوق یکی از دلایل کاربردی آنها بود. پس از آن اولین بار اندازه، شکل و قابلیت نشر درون حفره‌ها در مدل زیر لحاظ شد [۶]:

$$k_p = k_s (1 - \lambda) + \lambda k_g \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{2^n}{2^n - 1} \left(1 - \frac{1}{(1 + \phi)^n} \right) \quad n > 0 \quad (4)$$

که در آن n عامل تجربی بود که بر اساس آن ضریب هدایت، تابعیت غیر خطی نسبت به تخلخل پیدا می‌کرد در حالی که مدل‌های تجربی قبل حاکی از یک تابعیت خطی داشت. مهم‌ترین اختلاف این مدل‌ها ناشی از تأثیرات اندازه و شکل حفره در مدل بود [۹، ۶]. این مدل علیرغم نتیجه‌ها قابل قبولی که داشت پارامتر n آن در اجسام متخلخل، متفاوت بود که دسترسی به آن آسان نبود و کاربرد آن را محدود می‌کرد [۱۰]. از این رو مدل Maxwell به علت داشتن ظاهری ساده و متغیرهایی کمتر توانست یکی از مدل‌هایی باشد که مورد کاربرد بیشتر واقع شود. مدل Maxwell یک مدل نیمه تجربی، نیمه نظری است. این مدل اثر جابه‌جایی درون حفره‌ها را در نظر نگرفته ولی به علت اینکه پارامترهای آن برای کلیه اجسام در دسترس است کاربرد بیشتری یافته است [۱۱]:

$$k_p = k_s \frac{1 - \left(1 - \eta \frac{k_g}{k_s} \right) (1 - \psi)}{1 + (\eta - 1)(1 - \psi)} \quad \eta = \frac{3}{2 + \frac{k_g}{k_s}} \quad (5)$$

بخش نظری

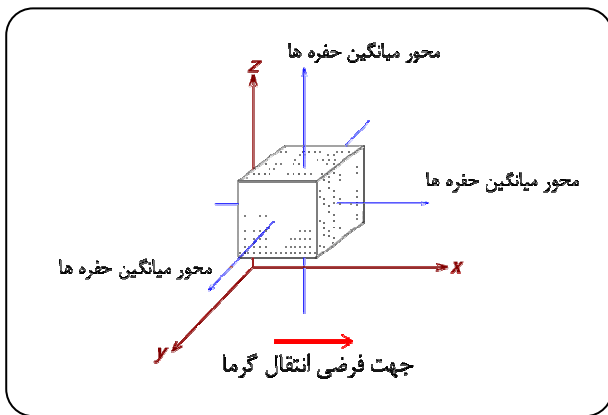
تحلیل وضعیت تخلخل در اجسام متخلخل همسان

حفره‌های مجزا فقط از طریق هدایت بر رفتار حرارتی جسم متخلخل تأثیر می‌گذارند و حفره‌های مرتبط از طریق

(۱) Simple cubic (SC)

(۲) Body centered cubic (BCC)

(۳) Face centered cubic (FCC)



شکل ۱- نمای فرضی از فرضیات محورهای مختصات برای توده یک جسم متخلخل.

با توجه به این فرضیات تأثیرپذیری دو حالت مرزی اخیر بر ضریب هدایت کلی به صورت زیر می‌باشد:

$$k_p = \frac{1}{3} k_{p_1} + \frac{2}{3} k_{p_2} \quad (8)$$

با اعمال کردن معادله‌های (۶) و (۷) در معادله (۸) و ساده‌سازی داریم:

$$k_p = \frac{1}{3} \left[(\psi k_s + k_g - \psi k_g) + \left(\frac{2k_s k_g}{\psi k_g + k_s - \psi k_s} \right) \right] \quad (9)$$

با مخرج مشترک گرفتن و ساده‌سازی معادله (۹):

$$k_p = \frac{\frac{1}{3} \psi (1 - \psi) (k_g - k_s)^2 + k_g k_s}{\psi (k_g - k_s) + k_s} \quad (10)$$

$$k_p = \frac{\frac{1}{3} \psi (1 - \psi) (k_g - k_s)^2}{\psi (k_g - k_s) + k_s} + \frac{k_g k_s}{\psi (k_g - k_s) + k_s} \quad (11)$$

این مدل (مدل آنالیز شده)، نتیجه نهایی از فرضیه‌های اخیر می‌باشد. در ابتدا، بر روی جمله اول آن یک ساده‌سازی اعمال می‌شود. بدین ترتیب که اگر سیال محبوس درون حفره‌ها چگالی کمی داشته باشد مقدار عددی k_g کوچک می‌شود و می‌توان با تقریب، فرض $|k_g - k_s| \approx k_s$ را اعمال کرد. در این صورت جمله اول به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{\frac{1}{3} \psi (1 - \psi) k_s^2}{\psi k_s + k_s} = \frac{\frac{1}{3} \psi (1 - \psi) k_s^2}{k_s (\psi + 1)} = \quad (12)$$

$$\frac{\psi (1 - \psi)}{3(\psi + 1)} k_s \equiv C k_s$$

- اثرهای متقابل سیال درون حفره‌ها ناچیز و حفره به صورت محبوس و مجزا در نظر گرفته شده است.
- از اثرهای جابه‌جایی در مرزهای جسم صرف نظر می‌شود.
- توزیع تخلخل درون جسم یکنواخت و با نسبتی معین، به صورت موازی و عمود بر جهت انتقال گرما است.
- میانگین تعداد حفره‌ها به صورت مساوی روی سه محور قرار گرفته به طوری که دو محور آن عمود بر جهت انتقال گرما و یک محور موازی با جهت انتقال گرما قرار می‌گیرد.

تحلیل مسئله

موضع و جهت پراکندگی حفره‌ها بر اساس محورهای مختصات و در جهت انتقال گرما در حالات، موازی و عمود جهت انتقال گرما و حالتی مابین آن در نظر گرفته می‌شود. در حالت اول ترتیب قرار گرفتن حفره‌ها فقط موازی با جهت انتقال گرما است که ضریب هدایت توده و سیال جسم از قانون ضرایب سری پیروی می‌کند که با لحاظ کردن میزان درصد هر یک از آنها و واحد کردن (نرمالایز) این درصدها خواهیم داشت:

$$k_p = \sum_{i=1}^n k_i \Rightarrow k_{p_1} = \psi k_s + (1 - \psi) k_g \quad (6)$$

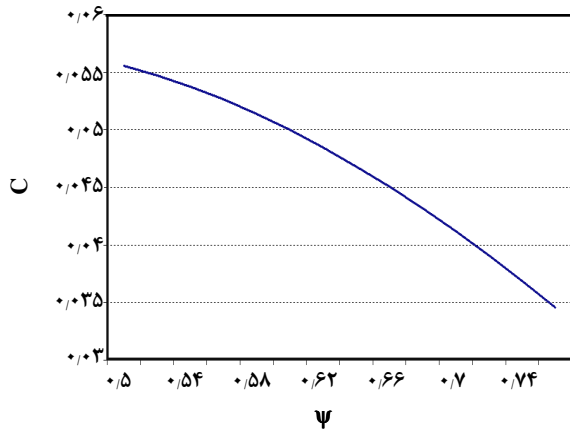
که k_s ضریب هدایت توده، k_g ضریب هدایت سیال محبوس و ψ درصد حجمی توده می‌باشد. در حالت دوم قرار گرفتن حفره‌ها موازی با جهت انتقال گرما است که ضریب هدایت مؤثر از قانون ضریب‌های موازی زیر پیروی می‌کند:

$$\frac{1}{k_{p_2}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \Rightarrow \frac{1}{k_{p_2}} = \frac{\psi}{k_s} + \frac{1 - \psi}{k_g} \quad (7)$$

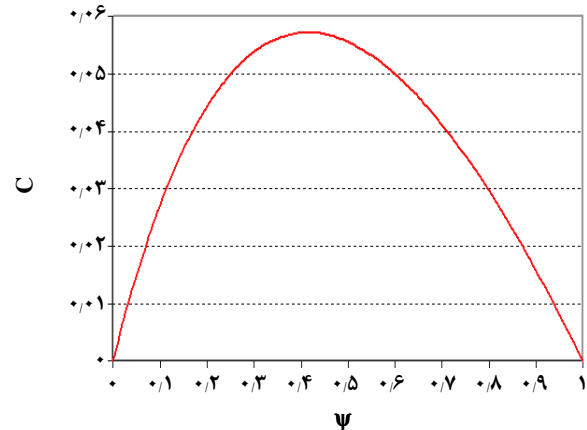
این دو حالت، حالت‌های ویژه‌ای از انتقال گرما هستند و در عمل به عنوان شرایط مرزی مطرح می‌شوند و در واقع توزیع حفره‌ها حالتی بین این دو حالت است. ابتدا محورهای مختصات طوری انتخاب می‌شود که یک محور به موازات جهت انتقال گرما و دو محور دیگر عمود بر آن باشند. حال فرض می‌شود، یک محور به موازات و در جهت محور میانگین تعداد حفره‌های هم سو جهت عبور کند در این صورت سه محور به موازات سه محور مختصات به وجود خواهد آمد به طوری که دو محور عمود بر جهت انتقال گرما و یک محور موازی با انتقال گرما قرار می‌گیرد. شکل ۱ نمای کلی از این فرض‌ها را نشان می‌دهد.

جدول ۲- ضریب هدایت برخی اجسام متخلخل [۱۵].

ضریب هدایت (W/m.K)	جسم متخلخل
۰٫۱۵	پنبه
۰٫۲۰	فیبر
۰٫۲۵	ماسه



شکل ۳- نحوه کاهش C در مدل تحلیل شده براساس تغییرهای درصد توده جسم.



شکل ۲- نحوه تغییرهای توده جسم در مقابل تغییرات ضریب ثابت C در مدل تحلیل شده.

نتیجه‌ها و بحث

ابتدا صحت مدل در شرایط مرزی بررسی می‌شود. این شرایط مرزی در دو مقدار عددی ψ برابر ۰ و ۱ قرار می‌گیرد.

if : $\psi = 0 \rightarrow k_p = k_g$ (liquid or gas)

if : $\psi = 1 \rightarrow k_p = k_s$ (solid)

دیده می‌شود که مدل فوق به خوبی شروط مرزی مسئله را پوشش می‌دهد. برای بررسی اثر حذف جمله اول از مدل تحلیل شده و تقلیل آن به مدل پیشنهادی با اعمال شرایط یکسانی برای هر دو مدل میزان خطای مطلق محاسبه شد. برای این منظور ضریب هدایت برای چند جسم متخلخل در حالت‌های مختلف سیال درون حفره‌ها، دو مدل با یکدیگر مقایسه شدند. ابتدا با فرض اینکه سیال محبوس هوا باشد ($k_{g \text{ air}} = 0.02$) محاسبات برای سه ماده متخلخل پنبه، فیبر و ماسه انجام شده است. ضریب هدایت این مواد در جدول ۲ مشخص شده است [۱۵].

خلاصه محاسبات انجام شده و تعیین میزان خطای بین دو مدل در جدول ۳ بیان شده است. همچنین مقدار خطائی که در جدول بیان شده است بر اساس مقایسه دو روش (مدل پیشنهادی و مدل آنالیز شده) می‌باشد.

با توجه به اینکه ضریب C تابع مقدار ψ است، بنابراین برای کلیه مقادیر ψ که در محدوده $\{0 \sim 1\}$ می‌باشد مقدار عددی C در شکل ۲ ترسیم شد.

در این نمودار مقدار عددی C در بازه‌ی ۰ تا ۰٫۴۲ تغییر می‌کند. بنابراین هر قدر درصد تخلخل در یک جسم کاهش و یا افزایش یابد C به سمت صفر میل می‌کند و نمودار دارای یک بیشینه $(\psi = 0.42 \rightarrow C = 0.57183)$ است. با توجه به تغییر درصد توده در محدوده ۰٫۵۲ تا ۰٫۷۴٪ مقدار عددی C در بازه‌ی [۰٫۵۴۷ تا ۰٫۳۶۸] با افزایش درصد توده، C کاهش می‌یابد که تغییرها در شکل ۳ نشان داده شده است.

ولی به‌طور کلی ملاحظه می‌شود که در اجسامی که درصد توده زیادی دارند اثر جمله اول، کم‌رنگ‌تر است. بنابراین با توجه به محدوده عددی C و فرضیات مطرح شده می‌توان با هدف ساده‌سازی مدل، عملاً از اثر جمله اول صرف نظر کرد. در این صورت مدل اخیر به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$k_p = \frac{k_g k_s}{\psi(k_g - k_s) + k_s} \quad (13)$$

که این مدل به‌عنوان مدل پیشنهادی برای تعیین ضریب هدایت اجسام متخلخل ارائه می‌شود.

جدول ۳- محاسبه خطا بین مدل پیشنهادی و مدل آنالیز شده برای حفره‌های حاوی هوا.

k_g	k_s	ψ	مدل آنالیز شده k_p	مدل پیشنهادی k_p	خطا %
۰/۰۲	۰/۱۵	۰/۵۲	۰/۰۴۲	۰/۰۴۳	۰/۸
	۰/۲		۰/۰۴۳	۰/۰۴۴	۲/۲
	۰/۲۵		۰/۰۴۳	۰/۰۴۵	۴/۸
	۰/۱۵	۰/۶۸	۰/۰۵۶	۰/۰۵۶	۰/۴
	۰/۲		۰/۰۵۹	۰/۰۶۰	۱
	۰/۲۵		۰/۰۶۱	۰/۰۶۲	۲/۲
	۰/۱۵	۰/۷۴	۰/۰۶۳	۰/۰۶۳	۰/۳
	۰/۲		۰/۰۶۸	۰/۰۶۹	۰/۷
	۰/۲۵		۰/۰۷۱	۰/۰۷۲	۱/۵

جدول ۴- محاسبه خطا بین مدل پیشنهادی و مدل آنالیز شده برای حفره‌های حاوی آب.

k_g	k_s	ψ	مدل آنالیز شده k_p	مدل پیشنهادی k_p	خطا %
۰/۵۸	۰/۱۵	۰/۵۲	۰/۲۴۴	۰/۲۳۳	-۴/۶
	۰/۲		۰/۲۹۹	۰/۲۹۲	-۲/۶
	۰/۲۵		۰/۳۴۹	۰/۳۴۴	-۱/۴
	۰/۱۵	۰/۶۸	۰/۲۰۴	۰/۱۹۷	-۳/۸
	۰/۲		۰/۲۵۸	۰/۲۵۳	-۲
	۰/۲۵		۰/۳۰۹	۰/۳۰۶	-۱/۱
	۰/۱۵	۰/۷۴	۰/۱۹۲	۰/۱۸۶	-۳/۳
	۰/۲		۰/۲۴۵	۰/۲۴۱	-۱/۸
	۰/۲۵		۰/۲۹۶	۰/۲۹۳	-۰/۹

پایین است و انحراف آن به ماهیت و فیزیک اجسام متخلخل بستگی دارد. مشاهده شد که هر قدر تعداد حفره‌ها در جسم متخلخل کمتر شود خطای مدل کاهش می‌یابد به طوری که این خطا به ۱٪ می‌رسد. مهم‌ترین دلیل اینکه مدل برای حالت مایع، کمی نامناسب تر است به بزرگی ضریب هدایت مایعات نسبت به گازها بوده که در مقایسه با ضریب هدایت توده نیز بزرگتر می‌شود که این امر اولین فرض را برای حذف جمله اول مدل آنالیز شده دچار اشکال می‌کند. بنابراین به استناد فرضیات، مدل در سیالات گازی شکل پاسخ بسیار خوبی دارد که زمینه کاربرد آن را در این گونه سیالات توسعه می‌دهد. پس از بررسی اثرات حذف جمله اول از مدل آنالیز شده در حالت‌های گوناگون لازم است که مدل اصلاح شده

با توجه به این نتیجه‌ها میزان خطای مطلق میانگین ۱/۵ درصد می‌باشد. این خطا از فرمول زیر محاسبه شده است^(۱).

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((x_{\text{analys}} - x_{\text{reform}}) / x_{\text{analys}}) \quad (14)$$

دیده می‌شود که در این حالت حذف جمله اول خطای زیادی در محاسبات ایجاد نمی‌کند. سپس با فرض ثابت بودن این شرایط به جای هوا، آب درون حفره‌ها فرض شد ($k_{g \text{ water}} = 0.58$) در این صورت میزان خطای بین دو مدل در جدول ۴ محاسبه شد. با توجه به جدول فوق میانگین خطای مطلق در این حالت ۲/۳۹ درصد می‌باشد. اگر چه این خطا از حالتی که هوا در حفره‌های جسم متخلخل پر شده بیشتر است ولی به طور کلی میزان خطای مدل

(1) Mean absolute deviation

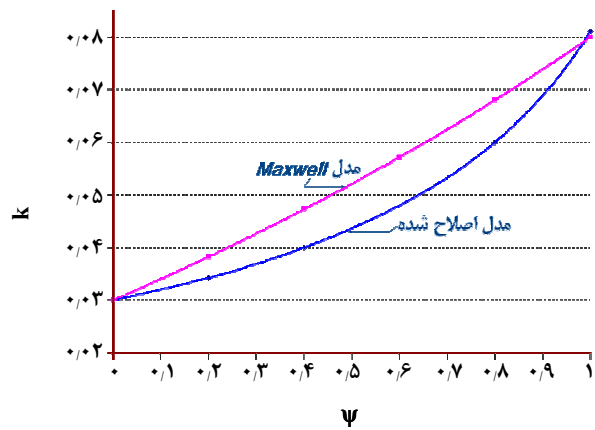
جدول ۵- میزان خطای مدل پیشنهادی از مدل Maxwell برای حفره های حاوی هوا.

خطا %	Maxwell مدل k_p	η	مدل پیشنهادی k_p	ψ	k_s	k_g
-۴٫۶	۰٫۰۳۲	۱٫۱۵	۰٫۰۳	۰٫۵۲	۰٫۰۴	۰٫۰۲۴
-۹٫۳	۰٫۰۳۶	۱٫۲۱	۰٫۰۳۳			
-۱۴٫۳	۰٫۰۴۱	۱٫۲۵	۰٫۰۳۵			
-۴٫۱	۰٫۰۳۴	۱٫۱۵	۰٫۰۳۳	۰٫۶۸	۰٫۰۴	
-۸٫۵	۰٫۰۴۱	۱٫۲۱	۰٫۰۳۷			
-۱۳٫۱	۰٫۰۴۷	۱٫۲۵	۰٫۰۴۱			
-۳٫۷	۰٫۰۳۵	۱٫۱۵	۰٫۰۳۴	۰٫۷۴	۰٫۰۴	
-۷٫۷	۰٫۰۴۲	۱٫۲۱	۰٫۰۳۹			
-۱۱٫۹	۰٫۰۴۹	۱٫۲۵	۰٫۰۴۳			

میزان هدایت موثر اجسام متخلخل بررسی کرد. این روند در شکل ۴ رسم شده است.

با توجه به این نمودار ملاحظه می شود که اندازه گیری ضریب هدایت اجسام متخلخل توسط مدل Maxwell بر یک معادله خطی شکل حاکم است در صورتی که این ضریب توسط مدل پیشنهادی این مقاله بر یک منحنی منطبق می باشد. ملاحظه می شود که با افزایش درصد بالک جسم میزان ضریب هدایت افزایش می یابد و به این دلیل است که ضریب هدایت توده جامد از ضریب هدایت سیال بیشتر است و کاهش تخلخل، رفتار هدایتی را به سمت جسمی جامد سوق می دهد. بنابراین نمودار مزبور، یک نمودار صعودی می باشد. به طور کلی میانگین خطای بین دو مدل حدود ۱۲٪ می باشد. در حالت دوم با ثابت نگه داشتن تمامی شرایط اخیر اگر به جای هوای محبوس درون حفره، آب جایگزین شود ضریب هدایت و خطای بین دو مدل به صورت جدول ۶ می شود.

میانگین خطای مطلق ۲۴/۲۴ درصد می باشد. در این حالت نیز ملاحظه می شود که افزایش تخلخل باعث افزایش میزان خطا در مدل پیشنهادی شده به طوری که در تخلخل های پایین خطای ایجاد شده کمتر از ۲۰٪ است زیرا ضریب هدایت مایعات بیشتر از گازها است و گاهی از توده ی جسم متخلخل نیز بیشتر می باشد که این امر فرضیات اولیه حذف جمله اول را نقض می کند. روند انحراف دو مدل در حالت حفره های حاوی آب در شکل ۵ ترسیم شده است با توجه به این نمودار ملاحظه می شود که اندازه گیری ضریب هدایت اجسام متخلخل توسط دو مدل اخیر بر یک معادله منحنی شکل حاکم است و مشاهده شد که با افزایش درصد توده



شکل ۴- رفتار دو مدل اصلاح شده و Maxwell جهت تعیین k برای حفره های حاوی هوا.

با یک مدل معتبر مقایسه شود. مدل Maxwell یکی از مدل های معتبری است که تاکنون در این زمینه ارائه شده است. از آنجا که متغیرهای مدل Maxwell با متغیرهای مدل پیشنهادی همخوانی دارد مقایسه بین دو مدل امکان پذیر بوده و می توان میزان خطای مدل پیشنهادی را از مدل Maxwell مشخص کرد از طرفی این مدل اغلب توسط دیگران نیز مورد استناد قرار گرفته است [۱۷، ۱۶]. لذا با متغیرهای این مقاله مدل Maxwell محاسبه و میزان خطای بین دو مدل برای هوا و آب درون حفره ها و در بررسی جدول ۵ بیان شده است.

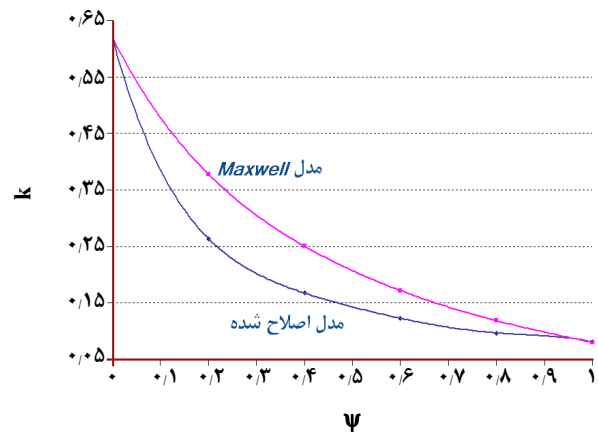
میانگین خطای مطلق ۸/۵ درصد می باشد. با بسط هر یک از این دو مدل در تخلخل های مختلف و محاسبه ضریب هدایت موثر می توان به خوبی رفتار هر یک از این مدل ها را در تعیین

جدول ۶- میزان خطای مدل پیشنهادی از مدل Maxwell برای حفره‌های حاوی آب.

خطا %	مدل Maxwell k_p	η	مدل پیشنهادی k_p	ψ	k_s	k_g
۳۱٫۰۷	۰٫۲۰	۰٫۳۱	۰٫۱۴	۰٫۵۲	۰٫۰۸	۰٫۶۲
۲۹٫۳۱	۰٫۲۲	۰٫۳۴	۰٫۱۵			
۲۶٫۰۳	۰٫۲۵	۰٫۳۹	۰٫۱۸			
۲۵٫۲۱	۰٫۱۵	۰٫۳۱	۰٫۱۱	۰٫۶۸	۰٫۰۸	
۲۳٫۸۳	۰٫۱۶	۰٫۳۴	۰٫۱۲			
۲۱٫۲۴	۰٫۱۹	۰٫۳۹	۰٫۱۵			
۲۲٫۰۶	۰٫۱۳	۰٫۳۱	۰٫۱۰	۰٫۷۴	۰٫۰۸	
۲۰٫۸۴	۰٫۱۵	۰٫۳۴	۰٫۱۲			
۱۸٫۵۸	۰٫۱۷	۰٫۳۹	۰٫۱۴			

تحلیل ریاضی و بر مبنای فرضیات دقیق استوار است درحالی‌که مدل‌های نیمه نظری ارایه شده تاکنون قادر به تعیین دقیق ضریب هدایت اجسام متخلخل نیستند و از طرفی مدل‌های تجربی اغلب دارای جمله‌های زیاد می‌باشند که کاربرد آنها را مشکل کرده است ولی مدل پیشنهادی این مقاله بر اساس تحلیل شرایط حاکم بر اجسام متخلخل به دست آمده و با هدف تسهیل در کاربرد، به صورت هدفمند اصلاح و تقلیل یافته است.

نتیجه می‌شود که کاهش تخلخل مستقل از نوع سیال درون حفره‌ها، موجب کاهش خطا و بالا بردن سطح دقت مدل پیشنهادی می‌شود. که این امر در اغلب اجسام متخلخل مشهود است که این امر موجب می‌شود که میزان خطای مدل پیشنهادی کمتر و کارائی آن بیشتر و بهتر شود. مشاهده شد که مایعات روند خطی اثرات هدایت را نامتعادل کرده و آن‌را به سوی یک رفتار غیر خطی سوق دهند. مطابق بررسی‌های کلی نتیجه شد که مدل پیشنهادی با خطائی بسیار کم قادر به تعیین ضریب هدایت اجسام متخلخل خواهد بود و این روند با افزایش کسر میزان ضریب هدایت جامد به ضریب هدایت گاز بهبود می‌یابد و دقت مدل بیشتر می‌شود.



شکل ۵- رفتار دو مدل اصلاح شده و مدل Maxwell جهت تعیین k برای حفره‌های حاوی آب.

ضریب هدایت کاهش می‌یابد زیرا ضریب هدایت از ضریب هدایت سیال محبوس کمتر و کاهش تخلخل رفتار هدایتی جسم را به سمت جسمی جامد سوق می‌دهد دراین صورت ضریب هدایت مؤثر کاهش می‌یابد. بنابراین نمودار فوق یک نمودار نزولی می‌باشد. در این حالت میانگین خطای بین دو مدل ۱۶/۸٪ محاسبه شد.

نتیجه‌گیری

با توجه به ظاهر ساده مدل پیشنهادی و حذف جمله اول، میزان خطا در مقایسه با مدل Maxwell که مدلی بر پایه تجربیات آزمایشگاهی است قابل قبول بود زیرا مدل پیشنهادی بر اساس

تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۶/۹ ؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۲/۲۰

مراجع

- [1] Holman Jack Paulison, "Heat Transfer", 3rd edition, McGraw-Hill (2009).
- [2] Rajinder Pal, Porosity-dependence of Effective Mechanical Properties of Pore-Solid Composite Materials, *Composite Materials*, **39** (13), p 1147 (2005).
- [3] George Tsu, Ning Tsao, Thermal Conductivity of Two-Phase Materials, *Chemical Engineering*, **5**, p 395 (2006).
- [4] Nederveen jan, Finken Gerald, Thermal Conductivity Measurements on Wet Paper Samples at High Temperatures, *Drying Technology*, **10**, p. 189 (2002).
- [5] Smith Graham, Durbin Dick, Riki Kobayashi, Thermal Conductivity of Light Hydrocarbons and Methane-Propane Mixtures at Low Pressures, *Chemical Engineering*, **5**, p 316 (2000).
- [6] Ke Chua, Chengchang Jia, Xuebing Liang, Hui Chen, Hong Guo, The Thermal Conductivity of Pressure Infiltrated SiCp/Al Composites with Various Size Distributions, Experimental Study and Modeling, *Materials & Design*, **30**, p. 3497 (2009).
- [7] Simpson Andy, Audrey Stuckest, Thermal Conductivity of Porous Materials, *Building Services Engineering Research and Technology*, **11**, p. 13 (1999).
- [8] Russell Harvard, Principles of Heat Flow in Porous Insulators, Thermal Conductivity of Granular Materials Relevant to the Thermal Evolution of Cometary Nuclei, *The American Ceramic Society*, Hokkaido University, (1998).
- [9] Willian Diomok, "Methods for Determining Thermal Insulating Properties with Definition of Thermal Insulation Terms", British Standards Institution, (2009).
- [10] Sugawara Shunji, Yoshizawa Akira, An Investigation on the Thermal Conductivity of Porous Material & Its Application to Porous Rock, *Australian Journal of Physics*, **14**, p. 469 (2005).
- [11] Imadojemu Harris, Porter Horace, Effective Thermal Conductivity of a Saturated Porous Medium, *Therm phys and Heat Tran*, **9**, p. 573 (2005).
- [12] Jang Seok Pil, Choi Stephen, Role of Brownian Motion in the Enhanced Thermal Conductivity of Nano Fluid, *Applied Physics Letters*, **45**, pp. 4316 (2004).
- [13] Dack Laurie, "Fundamentals of Reservoir Engineering", 4th edition, Developments in Petroleum Science, (2007).
- [14] Collins Royal Eugene, "Flow of Fluids Through Porous Materials", 3rd edition, Reinhold Publishing, (2005).
- [15] "Thermal Conductivity of Some Common Materials", web. http://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-d_429.html, (2010).
- [16] Jianfeng Wang, James K. Carson, Mike F. North and Donald J. Cleland, A New Approach to Modeling the Effective Thermal Conductivity of Heterogeneous Materials, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **49**, p. 3075 (2006).
- [17] Cernuschi F., Ahmaniemi S., Vuoristo P., Mantyla T., Modeling of Thermal Conductivity of Porous Materials: Application to Thick Thermal Barrier Coatings, *European Ceramic Society*, **24**, p. 2657 (2004).