

# بررسی تأثیر پارامترهای مؤثر بر توزیع اندازه حباب‌ها در سلول فلوتاسیون مکانیکی با اصلاح روش آنالیز تصویری

ریحانه مظاهر نسب، رحمان احمدی\*<sup>+</sup>

قزوین، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، دانشکده مهندسی معدن

**چکیده:** یکی از عوامل مؤثر در بازدهی فرایند فلوتاسیون، توزیع ابعادی حباب‌ها می‌باشد. توزیع اندازه حباب‌ها بر سه مرحله برخورد، چسبیدن و جدایش ذره/ حباب مؤثر می‌باشد. در این پژوهش، توزیع اندازه حباب‌های تولید شده در یک سلول فلوتاسیون مکانیکی آزمایشگاهی، با روش مستقیم آنالیز تصویری اندازه‌گیری شد. افزون بر اندازه‌گیری ابعاد، پارامترهای مؤثر بر توزیع اندازه حباب‌ها شامل غلظت کف ساز، pH و دما نیز مورد بررسی قرار گرفتند. برای نمونه‌برداری و عکس‌برداری از حباب‌ها، دستگاه نمایشگر حباب شامل محفظه‌ی نمایش و لوله‌ی نمونه‌گیر، ساخته شد. پس از عکس‌برداری از حباب‌ها، تصویرها توسط نرم افزار Image J Ver. 1.44 پردازش شدند. برای کاهش تعداد حباب‌ها در محفظه عکس‌برداری و کمینه کردن همپوشانی آن‌ها، قطر لوله‌ی نمونه‌گیر تا حد امکان کوچک انتخاب شد. با پوشاندن وجه‌های جانبی محفظه‌ی نمایش، از ورود نور به محفظه عکس‌برداری از طریق این صفحه‌ها جلوگیری شده و کیفیت تصویرها بهبود یافت. همچنین، با تنظیم عمق میدان عکس‌برداری و با استفاده از لنز مناسب، مشکل‌های موجود در مطالعه‌های پیشین مانند همپوشانی حباب‌ها در تصویرها و خطای ناشی از پرسپکتیو برطرف شدند. به منظور کمینه کردن انحراف معیار اندازه‌گیری ابعاد حباب‌ها، در هر آزمایش ۲۰۰ عکس از حباب‌ها گرفته شد و تعدادی از آن‌ها به صورت تصادفی برای پردازش انتخاب شدند. بررسی اثر کف‌ساز بر توزیع اندازه حباب‌ها نشان داد که با افزایش غلظت کف ساز از ۱۰ ppm به ۶۰ ppm قطر ستر حباب‌ها ( $d_{32}$ ) از ۹۱۰ میکرون به ۷۰۶ میکرون کاهش یافت. همچنین، نتیجه‌ها نشان داد که با افزایش مقدار pH از ۴ به ۱۰/۴، همزمان با افزایش مقدار مطلق پتانسیل زتا،  $d_{32}$  حباب‌ها از ۱۰۲۰ میکرومتر به ۷۵۴ میکرومتر کاهش یافت و منحنی توزیع اندازه حباب‌ها به توزیع نرمال نزدیک‌تر شد. بررسی اثر دما بر توزیع ابعادی حباب‌ها نشان دهنده افزایش قطر ستر حباب‌ها از ۶۱۱ میکرومتر به ۸۳۰ میکرومتر با افزایش دمای محلول از ۱۰ درجه سلسیوس به ۴۷ درجه سلسیوس می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** فلوتاسیون مکانیکی؛ توزیع اندازه حباب؛ پارامترهای مؤثر؛ نمایشگر حباب؛ پردازش تصویری.

**KEYWORDS:** Mechanical flotation; Bubble size distribution; Effective parameters; Bubble viewer; Image analysis.

## مقدمه

فلوتاسیون یکی از پرکاربردترین روش‌ها برای تغلیظ مواد معدنی به‌ویژه فلزهای پایه می‌باشد. بازدهی فرایند فلوتاسیون به عامل‌های گوناگونی وابسته است که از مهم‌ترین آن‌ها اندازه‌ها و توزیع ابعادی حباب‌ها می‌باشد. حباب‌های هوا نقش بسیار مهمی در فلوتاسیون بازی می‌کنند. برخورد و اتصال حباب/ذره و انتقال این مجموعه به فاز کف، به اندازه حباب و ثبات کف بستگی دارد [۱]. ثابت نرخ فلوتاسیون ( $k$ ) با متوسط شار سطح جانبی ( $S_b$ ) حباب‌ها در ارتباط است و به صورت  $k = PS_b R_f$  بیان می‌شود؛ که در آن،  $P$  معیاری از شناورپذیری ماده،  $R_f$  فاکتور بازیابی کف و ( $S_b = 6J_g/d_{32}$ ) ( $J_g$  سرعت ظاهری گاز و  $d_{32}$  قطر میانگین ساتر<sup>(۱)</sup>) حباب) می‌باشد [۲].

در ارتباط با بهینه کردن مرحله برخورد حباب/ذره، تمامی مدل‌های موجود، به لزوم دسترسی به اطلاعات کامل از توزیع اندازه حباب‌ها برای رسیدن به کارایی بیش‌تر فلوتاسیون در بازه‌های گوناگون اندازه، اشاره کرده‌اند. برای اندازه‌گیری ابعاد حباب‌ها به نسبت درشت، روش‌های زیادی از جمله پرتو ایکس [۳، ۴]، رابطه‌های تجربی و نیمه تجربی بر مبنای دینامیک جریان (قانون استوکس) [۵]، اندازه‌گیری مقاومت الکتریکی [۶] و روش‌های صوتی [۷] به کار گرفته شده‌اند. بیش‌تر این روش‌ها دارای عیب‌هایی مانند زمان طولانی مورد نیاز برای اندازه‌گیری، دقت پایین و نیاز به نصب تجهیزهای پیشرفته می‌باشند. روش پردازش تصویر در تعیین توزیع اندازه حباب‌ها و ذره‌های جامد به عنوان روشی استاندارد، طی دو دهه‌ی اخیر پیشرفت‌های چشمگیری در زمینه‌ی تجهیزها، نرم افزار پردازش و چگونگی عکس برداری داشته است. با این وجود، مشکل‌هایی همچون همپوشانی حباب‌ها و خطای ناشی از پرسپکتیو در تعیین توزیع اندازه حباب‌ها با این روش وجود داشته است. خطای ناشی از پرسپکتیو (تفاوت فاصله حباب‌ها از لنز دوربین) عبارت از غیر واقعی نشان داده شدن اندازه‌های حباب‌ها به دلیل دور یا نزدیک بودن آن‌ها از صفحه‌ی تمرکز لنز (با توجه به این که مقیاس اندازه‌گیری در این صفحه قرار دارد) می‌باشد.

چن<sup>(۳)</sup> و همکاران [۸] در سال ۲۰۰۱ میلادی با استفاده از روش UCT<sup>(۳)</sup> به تعیین اندازه حباب‌ها در سلول فلوتاسیون مکانیکی در مقیاس نیمه صنعتی اقدام کردند. آن‌ها برای سادگی تمرکز دوربین، یک قطعه

سیم با قطر مشخص را در محفظه عکس برداری قرار دادند تا محل محفظه دوربین ثابت بوده و همچنین قطر سیم مقیاسی برای اندازه‌گیری حباب‌ها باشد. این پژوهشگران، با استفاده از یک میکروسکوپ، به طور مستقیم قطر حباب‌ها را به دست آوردند. وجود سیم به عنوان مقیاس در مسیر عبور حباب‌ها، باعث چسبیدن حباب‌ها به آن و در نتیجه تلفیق با یکدیگر شد. در نتیجه به علت غیر واقعی بودن اندازه‌ها، این حباب‌ها در مرحله پردازش تصویر باید حذف شوند که خود عامل ایجاد خطا در تعیین توزیع اندازه حباب‌ها می‌شود.

با ورود نرم افزارهای پردازش تصویر که ذره‌ها را به صورت خودکار شمارش و اندازه‌گیری می‌کند سرعت فناوری آنالیز تصویری تا حدود زیادی بهبود یافت.

هرناندنز - آگویالر<sup>(۴)</sup> [۹] در سال ۲۰۰۲ میلادی طرحی از یک نمونه‌گیر حباب شامل یک محفظه‌ی نمایش به صورت زاویه دار و یک لوله‌ی نمونه‌گیر ارائه کرد. این طرح ساده به همراه نورپردازی مناسب از پشت، تصویرهایی با کنتراست (روشنی) بالا فراهم نمود. کیفیت عکس‌ها به صورتی بود که یک محاسبه‌ی ساده کافی بود تا تصویرها به‌طور خودکار پردازش شوند. این دستگاه که برای اولین بار در دانشگاه مک‌گیل کانادا ساخته شد، MBSA<sup>(۵)</sup> و یا نمایشگر حباب<sup>(۶)</sup> نامگذاری شد. در این روش نیز، تعداد بسیار زیاد حباب‌ها در زون عکس برداری، باعث همپوشانی آن‌ها شد.

در این پژوهش توزیع اندازه حباب‌های تولید شده در سلول فلوتاسیون مکانیکی آزمایشگاهی توسط روش پردازش تصویر تعیین شده و تأثیر پارامترهای غلظت کف ساز، pH و دما بر توزیع ابعادی حباب‌ها بررسی شده است. کمینه کردن خطای به دست آمده از پرسپکتیو و همپوشانی حباب‌ها از دیگر هدف‌های این پژوهش بوده است.

## بخش تجربی

## مواد و تجهیزات

در این پژوهش، حباب‌ها در سلول فلوتاسیون مکانیکی آزمایشگاهی دنور با حجم ۵ لیتر تولید شدند. در تمامی آزمایش‌ها، آب خالص دو بار تقطیر شده توسط دستگاه دو بار تقطیر SDL 12L ساخت شرکت OES آمریکا برای آماده سازی محلول‌ها

(۱) Sauter

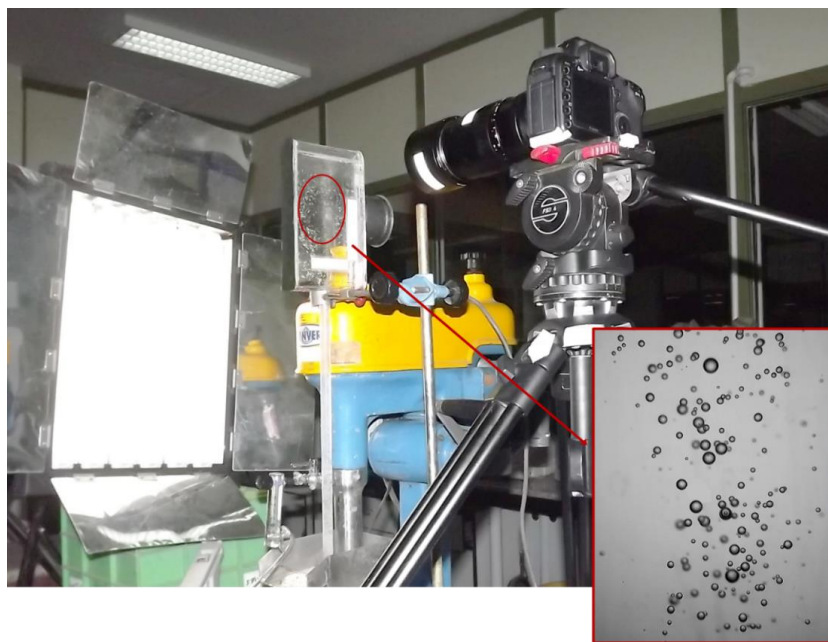
(۲) Chen

(۳) The University of Cape Town

(۴) Hernandez-Aguilar

(۵) McGill Bubble Size Analyzer

(۶) Bubble viewer



شکل ۱- جانمایی تجهیزها در آنالیز تصویری حباب‌ها.

سولفوریک اسید و یا محلول سدیم کربنات تنظیم شد. پس از آماده‌سازی محلول، با تزریق هوا به درون سلول، فرایند تولید حباب انجام شد. با انجام آزمایش در شرایط گوناگون، اثر پارامترهای غلظت کف ساز، دما و pH بر ابعاد حباب‌ها بررسی شد.

برای نمونه‌برداری از حباب‌ها، دستگاه نمایشگر حباب از جنس پلکسی گلاس با ضخامت ۶ mm مطابق شکل ۲ ساخته شد. صفحه جلویی محفظه نمایش با شیب  $15^\circ$  درجه نصب شد. این شیب باعث می‌شود حباب‌ها به صورت تقریباً تک لایه‌ای در نزدیکی صفحه‌ی آن حرکت کرده و همپوشانی آنها کاهش یابد. جهت کاهش تعداد حباب‌ها در محفظه عکس‌برداری و کمینه کردن همپوشانی آن‌ها، قطر لوله‌ی نمونه‌گیر تا حد امکان کوچک و به اندازه‌ی ۷ میلی‌متر انتخاب شد. به منظور جلوگیری از ورود نور به محفظه نمایش از صفحه‌های جانبی و بهبود کیفیت تصویرها، این صفحه‌ها توسط پارچه‌ای تیره رنگ پوشانده شدند. همچنین برای حذف حباب‌های چسبیده به صفحه‌ی جلویی محفظه نمایش در طول آزمایش که منجر به ایجاد خطای عکس‌برداری می‌شدند، یک قطعه آهن‌ربای پوشیده شده توسط پارچه در محفظه‌ی نمایش قرار داده شد. این آهن‌ربا به کمک یک آهن‌ربای دیگر از بیرون، در داخل محفظه حرکت کرده و باعث حذف این حباب‌ها شد.

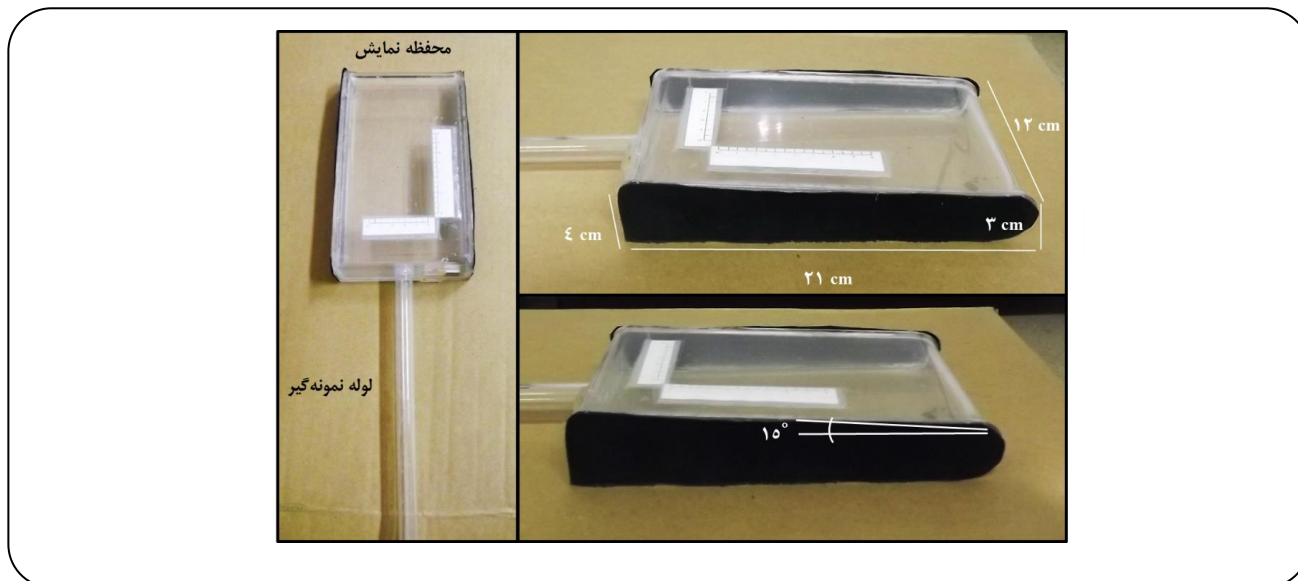
مورد استفاده قرار گرفت. از متیل ایزوبوتیل کربنول (MIBC) ساخت شرکت سیگما - آلد ریچ آمریکا ( $MW = 102/18 \text{ g/mol}$ ) به عنوان کف ساز استفاده شد. برای تنظیم pH در مقادیرهای گوناگون، از  $H_2SO_4$  با خلوص ۹۸٪ و محلول  $Na_2CO_3$  ۳۰ درصد وزنی محصول شرکت مرک آلمان استفاده شد. مقدار pH توسط pH متر مدل MP230, Mettler-Toledo GmbH ساخت کشور سوئیس اندازه‌گیری شد. کنترل نرخ هوادهی توسط جریان سنج هوا با دقت  $0/5 \text{ L/min}$  برسنجی شده با اکسیژن انجام گرفت.

از دوربین عکاسی Canon 5D Mark II همراه با لنز Micro 100 برای تصویربرداری از حباب‌های تولید شده استفاده شد. نورپردازی توسط یک پروژکتور ۸۰۰ W انجام شد. برای نمونه‌گیری از حباب‌ها یک دستگاه نمایشگر حباب از جنس پلکسی گلاس با ضخامت ۶ میلی‌متر ساخته شد.

تصویرها توسط نرم افزار Image J Ver. 1.44 پردازش شدند. شکل ۱ نمایی از چگونگی جانمایی تجهیزهای مورد استفاده در این پژوهش را نشان می‌دهد.

### روش‌ها

محلول آب و کف ساز MIBC با غلظت‌های گوناگون در یک سلول ۵ لیتری آماده سازی شد. مقدار pH محلول توسط



شکل ۲- تصویر نمایشگر حباب با اندازه‌های معین.

یکی از مشکل‌های اساسی روش پردازش تصویر در تعیین توزیع اندازه حباب‌ها، پدیده‌ی پرسپکتیو (تفاوت فاصله حباب‌ها از لنز دوربین) است. با توجه به چرخشی بودن حرکت حباب‌ها در محفظه‌ی نمایش، نمی‌توان یک فاصله‌ی ثابت از صفحه‌ی تمرکز لنز دوربین برای آن‌ها تعریف کرد. به همین دلیل حباب‌های نزدیک‌تر به صفحه‌ی تمرکز لنز دوربین بزرگ‌تر از اندازه‌ی واقعی و حباب‌های دورتر از صفحه‌ی تمرکز لنز دوربین کوچک‌تر از اندازه‌ی واقعی خود نشان داده می‌شوند. برای حل این مشکل، یک مکان ثابت برای دوربین انتخاب شد و عمق تصویربرداری با توجه به محل حضور بیش‌ترین حباب‌ها در محفظه‌ی نمایش تنظیم شد. در این حالت، تنها حباب‌هایی که در صفحه‌ی تمرکز لنز قرار داشتند در عکس‌ها وضوح داشتند و سایر حباب‌های خارج از تمرکز لنز به صورت محو و غیر واضح در عکس‌ها ظاهر شدند.

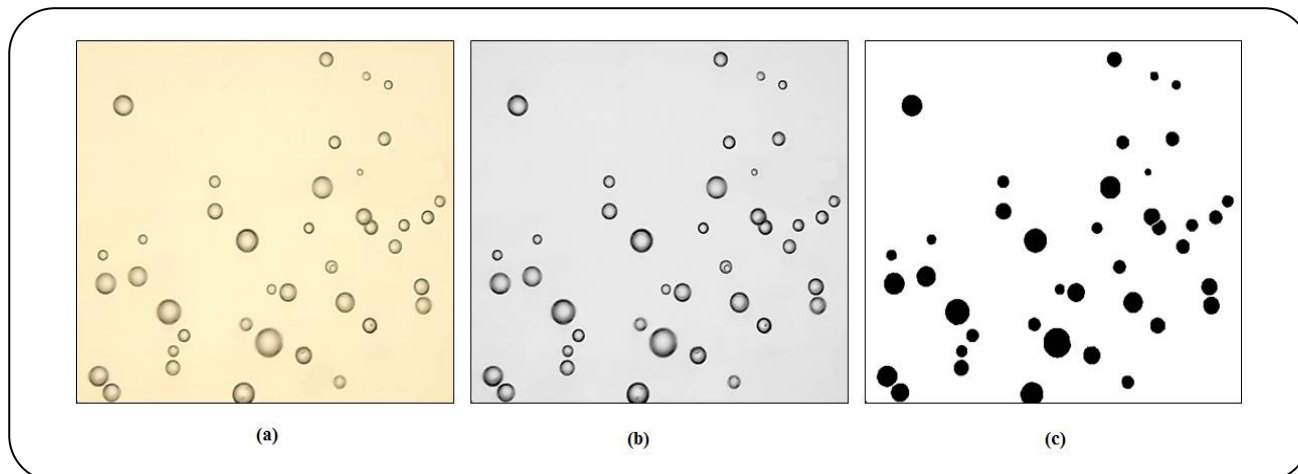
مقیاس اندازه‌گیری ابتدا به صورت یک خط‌کش بر روی جدار خارجی محفظه‌ی نمایش جاگذاری شد. با این روش، پرسپکتیو ناشی از فاصله‌ی افقی موجود بین مقیاس و حباب‌ها، باعث کوچک‌تر نشان دادن حباب‌ها از اندازه‌ی واقعی شد. به همین خاطر یک ساچمه با قطر ۸ mm درون محفظه‌ی نمایش و در صفحه‌ی تمرکز لنز دوربین (جایی که از حباب‌ها تصویربرداری می‌شود) قرار داده شد و در شرایط یکسان با شرایط عکس‌برداری از حباب‌ها از ساچمه عکس گرفته شد. به این صورت خطای ناشی از پرسپکتیو از بین رفت.

برای تصویربرداری از حباب‌ها، ابتدا محفظه‌ی نمایش و لوله‌ی نمونه‌گیر نمایشگر حباب به طور کامل از محلول آب و کف‌ساز با غلظت همانند محلول موجود در سلول پر شد و به‌طوری که از ورود هوا به درون آن جلوگیری شود، در محلی ثابت در سلول در ارتفاع ۲ سانتی‌متر بالاتر از استاتور نصب شد. حباب‌ها توسط نیروی شناوری در لوله‌ی نمونه‌گیر به طرف بالا حرکت کرده و در محفظه‌ی نمایش جمع شدند.

نورپردازی به صورت عمود بر صفحه‌ی پشتی محفظه‌ی نمایش توسط پروژکتور ۸۰۰ w انجام شد و برای پخش نور به منظور بهبود کیفیت نورپردازی، یک قطعه صفحه‌ی پلکسی‌گلاس شیری با ضخامت ۳ mm بین پروژکتور و نمایشگر حباب قرار گرفت. عکس‌برداری بی‌درنگ پس از ورود حباب‌ها به درون محفظه‌ی نمایش از یک نقطه‌ی ثابت و به صورت عمود بر صفحه‌ی جلویی محفظه‌ی نمایش انجام شد. در این اندازه‌گیری‌ها سرعت شاتر دوربین یک دوهزارم ثانیه و سرعت ایزو<sup>(۱)</sup> آن ۱۰۰ بود.

به منظور کاهش خطا در اندازه‌گیری‌ها، به‌ویژه در حالت توزیع اندازه وسیع حباب‌ها، بهتر است تعداد زیادی عکس مورد پردازش قرار بگیرد. در این پژوهش برای هر آزمایش ۲۰۰ عکس از حباب‌ها گرفته شد و تعدادی عکس از میان آن‌ها به صورت تصادفی انتخاب شده و مورد پردازش قرار گرفتند. بدین ترتیب، هر نمودار توزیع اندازه، معرف حباب‌های موجود در ۲۰۰ عکس گرفته شده می‌باشد.

(۱) ISO speed



شکل ۳- مرحله‌های پردازش عکس (a) عکس خام (b) عکس ۸ بیتی (c) عکس دو دویی.

### نتیجه‌ها و بحث

#### تکرارپذیری اندازه‌گیری حباب‌ها

برای بررسی قابلیت تکرارپذیری اندازه‌گیری حباب‌های تولید شده در سلول فلوتاسیون مکانیکی آزمایشگاهی، ۵ اندازه‌گیری در شرایط همانند از یک نمونه دارای ۳۰ ppm کف ساز MIBC، در pH=۷ و دمای ۲۲ درجه سلسیوس انجام شد. انحراف معیار این اندازه‌گیری‌ها معادل ۰/۰۲۴ mm به دست آمد.

در پژوهش انجام شده توسط آزگومی<sup>(۲)</sup> [۱۰]، برای تشریح رابطه‌ی ماندگی گاز با غلظت کف ساز،  $d_{32}$  حباب‌های تولید شده در یک ستون از جنس پلکسی گلاس با روش پردازش تصویری اندازه‌گیری شد؛ که در نتیجه‌ی آن انحراف معیار برای  $d_{32}$  حباب‌ها در بازه‌ی ۱-۰/۶ mm، ۰/۰۵۳ mm بود.

با اصلاح‌های انجام شده در نحوه‌ی نمونه برداری از حباب‌ها، عکس برداری و پردازش تصاویر، انحراف معیار کاهش پیدا کرده و اندازه‌گیری‌ها از دقت مناسبی برخوردار بودند.

#### اثر غلظت کف ساز

بررسی اثر غلظت کف ساز در pH=۷ و دمای ۲۸ °C انجام شد. شکل ۴ اهمیت حضور کف ساز در تولید حباب در سامانه دو فازی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل دیده می‌شود، در نبود کف ساز، نمودار توزیع ابعادی حباب‌ها به صورت بای‌مدال<sup>(۳)</sup> (دارای دو پیک) است و حباب‌ها اندازه بسیار درشتی دارند.

برای پردازش عکس‌ها در نرم‌افزار Image J، تصویرها باید به حالت دو دویی<sup>(۱)</sup> (عکسی با دو رنگ مطلق سیاه و سفید) تبدیل شوند. بدین منظور، عکس خام پس از تنظیم کنتراست، به صورت ۸ بیتی (عکسی با ۲۵۶ طیف خاکستری از سیاه کامل تا سفید) در آمده و سپس به حالت دو دویی تبدیل شد. شایان گفتن است که عکس خام قابلیت تبدیل به عکس دو دویی را نداشته و ابتدا باید به عکس ۸ بیتی تبدیل شود.

شکل ۳ تبدیل عکس خام به عکس ۸ بیتی و دو دویی را نشان می‌دهد.

با تنظیم مقیاس اندازه‌گیری در نرم‌افزار و انتخاب گزینه‌ی پردازش ذرات، مساحت مقطع عرضی هر حباب به دست آمد. سپس در نرم افزار اکسل قطر هر حباب به دست آمد و توسط معادله‌ی (۱) قطر سائر آنها محاسبه شد.

$$d_{rr} = \sum_{i=1}^n \frac{D_i^r}{D_i^r} \quad (1)$$

$$D_i = \sqrt[3]{D_{max}^r \times D_{min}} \quad (2)$$

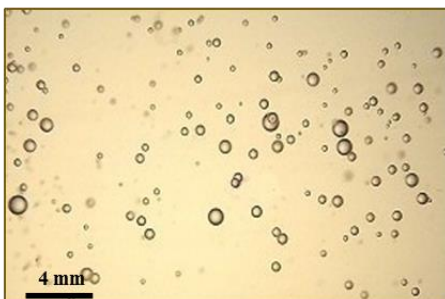
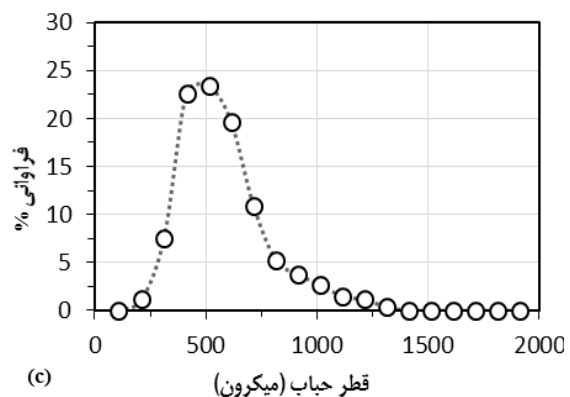
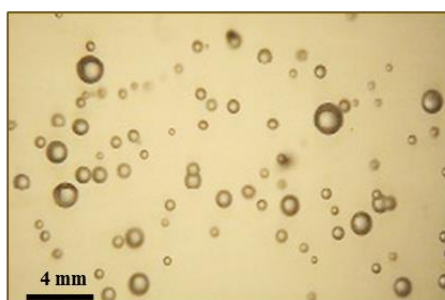
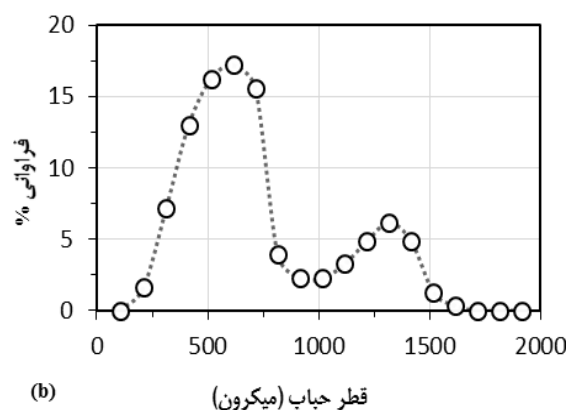
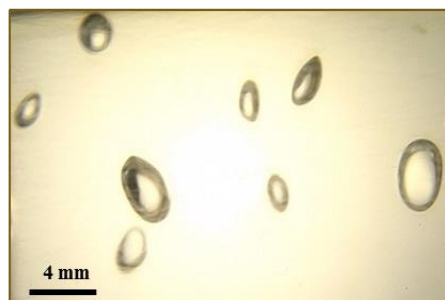
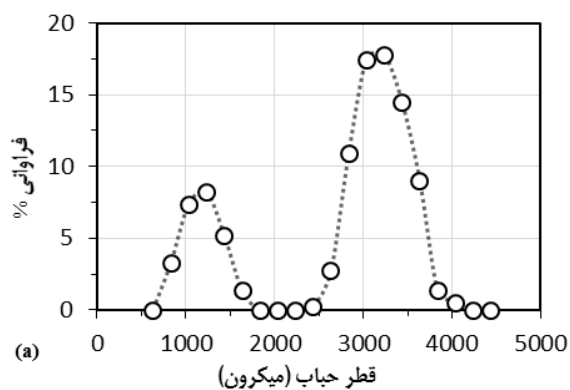
که در آن،  $D_{min}$  کوچک‌ترین قطر حباب و  $D_{max}$  بزرگ‌ترین قطر حباب می‌باشد.

در نرم افزار MATLAB Ver. 7.10 توزیع فراوانی اندازه‌های حباب‌ها محاسبه شده و نمودارهای توزیع ابعادی توسط نرم افزار اکسل رسم شدند.

(۱) Binary

(۳) Bimodal

(۲) Azgomi

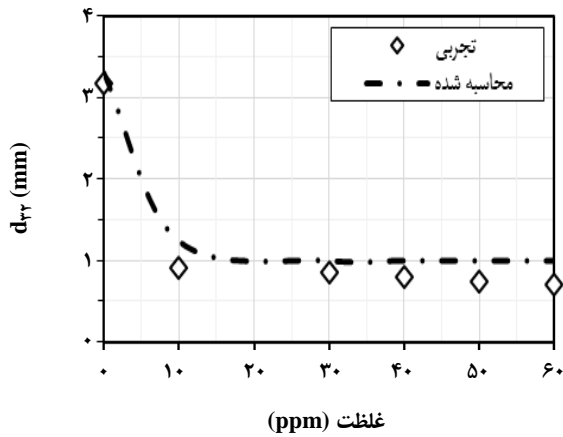


شکل ۴- نمودار توزیع ابعادی حباب‌ها در نبود کف ساز (a)، غلظت کف ساز ۱۰ ppm (b) و غلظت کف ساز ۳۰ ppm (c).

در غلظت ۳۰ ppm نمودار کاملاً مونومodal شد، توزیع ابعادی حباب‌ها محدودتر شد و ابعاد حباب‌ها کاهش یافت. در مقایسه‌ی حضور و نبود کف ساز، سه پدیده‌ی کاهش اندازه‌ها، کاهش پهنای توزیع اندازه و تبدیل توزیع اندازه از بی‌مدال به مونومodal در شکل ۴ قابل دیدن است.

در غلظت ۱۰ ppm کمی کمتر از غلظت بحرانی تلفیق MIBC (غلظتی که در آن و در غلظت‌های بالاتر از آن از تلفیق حباب‌ها جلوگیری می‌شود؛ که مقدار آن برای MIBC برابر ۱۰/۴ ppm می‌باشد [۱۱]) اندازه حباب‌ها به طور چشمگیری کاهش یافت و نمودار توزیع ابعادی آن‌ها متمایل به مونومodal<sup>(۱)</sup> (نمودار با یک پیک) شد.

(۱) Monomodal



شکل ۵ - مقایسه ی مقادیرهای تجربی و محاسباتی قطر ساتر حباب‌ها با افزایش غلظت کف‌ساز.

که در آن،  $d_L$  قطر کمینه (mm)،  $A$  مقدار کاهش اندازه حباب (اختلاف قطر بیشینه در نبود کف ساز و قطر کمینه)،  $C$  غلظت کف‌ساز (ppm)،  $B$  ثابت و  $HLB^{(۵)}$  مشخص کننده ی ویژگی های کف‌ساز می‌باشد.

در معادله ی (۵)  $O$  و  $OH$  تعداد گروه‌های عاملی هیدروفیلی  $O$  و  $OH$  و  $C_xH_x$  نمایانگر تعداد گروه های هیدروفوبی می‌باشد. برای کف ساز MIBC مقادیرهای پارامترهای معادله ی (۳) برابر با  $d_L \approx 1$ ،  $A = 2/6$  و  $B = -0.26$  به دست آمده است.

مقادیرهای تجربی و محاسباتی  $d_{32}$  به دست آمده در این پژوهش در شکل ۵ نشان داده شده است. بر طبق داده‌های به دست آمده از معادله ی (۳) پس از غلظت بحرانی تغییری در قطر ساتر حباب‌ها در غلظت‌های بالاتر کف ساز ایجاد نمی‌شود. در حالی که داده‌های تجربی نشان می‌دهند که در غلظت‌های بالاتر از غلظت بحرانی نیز با افزایش غلظت، قطر ساتر با شیب کمی کاهش می‌یابد. در نتیجه عامل دیگری افزون بر جلوگیری از تلفیق حباب‌ها در کاهش ابعاد حباب‌ها دخالت دارد.

شکل ۶ توزیع ابعادی حباب‌ها در غلظت‌های گوناگون ۱۰ ppm تا ۶۰ ppm را نشان می‌دهد. یک روند کلی در کاهش اندازه حباب‌ها با افزایش غلظت کف ساز وجود دارد. کاهش اندازه‌ی حباب‌ها با افزایش غلظت کف ساز در این شکل پیداست.

مکانیسم عملکرد کف ساز در خصوص کاهش اندازه حباب‌ها هنوز به طور کامل شناخته شده نیست. به طور کلی دو عامل برای کاهش اندازه‌های حباب‌ها در حضور کف‌ساز می‌توان در نظر گرفت: کاهش کشش سطحی و جلوگیری از تلفیق حباب‌ها.

برخی از پژوهشگران بر این عقیده هستند که با افزایش غلظت کف ساز کشش سطحی کاهش پیدا کرده و در نتیجه‌ی این کاهش، ابعاد حباب‌ها کاهش پیدا می‌کند. *آلدریچ و فنگ*<sup>(۱)</sup> [۱۲] بر اساس پژوهش‌های خود نتیجه‌گیری کردند که در فرایند تولید حباب با فشار ثابت، فشار داخلی حباب‌ها ثابت مانده و کاهش کشش سطحی که در ارتباط با افزایش غلظت کف ساز است، ریزتر شدن حباب‌های تولید شده را سبب می‌شود.

در مقابل، بسیاری از پژوهش‌ها حاکی از این است که کشش سطحی کنترل کننده‌ی ابعاد حباب‌ها نیست. *سویت*<sup>(۲)</sup> و *همکاران*<sup>(۳)</sup> [۱۳] نشان دادند رابطه‌ی ضعیفی بین اندازه حباب و کشش سطحی وجود دارد.

*گوپتا*<sup>(۳)</sup> [۱۴] با مقایسه‌ی حباب‌های تولید شده در حضور کف سازهای MIBC و DF-1012 نشان داد که مقدار کشش سطحی در حضور کف ساز DF-1012 کمتر است در حالی که حباب‌های تولید شده با کف ساز MIBC با غلظت همانند، کوچکترند. بر اساس پژوهش‌های *مویو*<sup>(۴)</sup> [۱۵] برخی از نمک‌ها باعث کاهش اندازه‌ی حباب‌ها می‌شوند در حالی که کشش سطحی را افزایش می‌دهند. به عقیده‌ی *مویو* کف‌ساز از تلفیق حباب‌ها جلوگیری کرده و مانع بزرگ شدن ابعاد آنها می‌شود.

جلوگیری از تلفیق حباب‌ها بر اساس مفهوم غلظت بحرانی  $(CCC)^{(۵)}$  بیان می‌شود؛ به این معنا که حباب‌ها در اندازه‌های ریز تولید می‌شوند و کف ساز از تلفیق آنها جلوگیری می‌نماید. مدل تجربی تخمین قطر میانگین ساتر بر حسب غلظت کف‌ساز و غلظت بحرانی توسط *فینچ*<sup>(۶)</sup> و *همکاران*<sup>(۶)</sup> [۱۶، ۱۷، ۱۸] ارائه شده است.

$$D[\mu, \nu] = d_L + Ae^{(-BC)} \quad (۳)$$

$$d_L = -0.072HLB + 1.43 \quad (۴)$$

$$HLB = 7 + 1.3(O) + 1.9(OH) - 0.475(C_xH_y) \quad (۵)$$

(۱) Aldrich and Feng

(۲) Sweet

(۳) Gupta

(۴) Moyo

(۵) Critical Coalescence Concentration

(۶) Finch

(۷) Hydrophile-lipophile balance

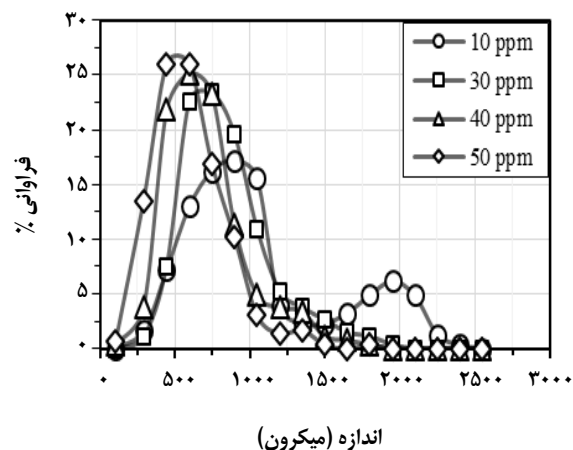
آزگومی [۱۰] با استفاده از رابطه‌ی ماندگی گاز با اندازه حباب در حضور کف‌سازهای گوناگون همچون MIBC، نتیجه‌گیری کرد که در غلظت‌های بالاتر از CCC، اندازه حباب‌ها با شیب کم‌تری کاهش می‌یابد اما این کاهش وجود دارد و قابل دیدن است. احتمال وجود مکانیسم دیگری در رابطه با تشکیل حباب در حضور کف‌ساز وجود دارد. فینچ [۱۱] در رابطه با سازوکار کف‌ساز در کاهش اندازه‌ی حباب‌ها بیان کرد که کف‌ساز در تولید حباب در اندازه‌های ریز دخالت ندارند نه حفظ آنها از به هم پیوستگی. افزون بر این، برخی کف‌سازها عامل‌هایی قوی برای جلوگیری از تلیق نیستند. همچنین در مواردی که تعداد حباب‌ها زیاد است و حباب‌ها به هم نزدیک می‌شوند بسیاری از کف‌سازها توانایی جلوگیری از به هم پیوستن آنها را ندارند.

#### اثر مقدار pH

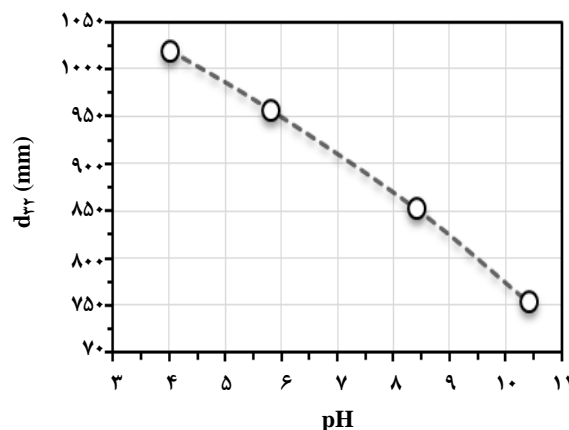
اثر مقدار pH بر توزیع ابعادی حباب‌ها در شکل ۷ و شکل ۸ نشان داده شده است. مطابق شکل ۷، با افزایش مقدار pH از ۴ به ۱۰/۴، قطر ساتر حباب‌ها از ۱۰۲۰ میکرون به ۷۵۵ میکرون کاهش یافته است. افزون بر این با افزایش pH، مطابق شکل ۸، منحنی توزیع اندازه حباب‌ها به سمت چپ متمایل شده و منظم‌تر و به توزیع نرمال نزدیک شده است.

دو لایه‌ی الکتریکی نقش مهمی در تولید و پایداری حباب‌ها از نظر ایجاد نیروی دافعه دارد [۱۸]. شواهد تاکنون نشان داده که سطح حباب‌ها در آب در بازه‌ی وسیعی از pH دارای بار منفی است [۱۹]. منفی بودن سطح حباب در آب ناشی از جذب یون‌های  $\text{OH}^-$  در سطح حباب و باقی ماندن یون‌های  $\text{H}^+$  در محلول (به علت اختلاف آنتالپی جذب این دو یون) می‌باشد [۲۰]. آنتالپی هیدراسیون  $\text{H}^+$  و  $\text{OH}^-$  به ترتیب ۱۱۰۴- کیلوژول و ۴۴۶- کیلوژول توسط کنوی<sup>(۱)</sup> گزارش شده است [۲۱].

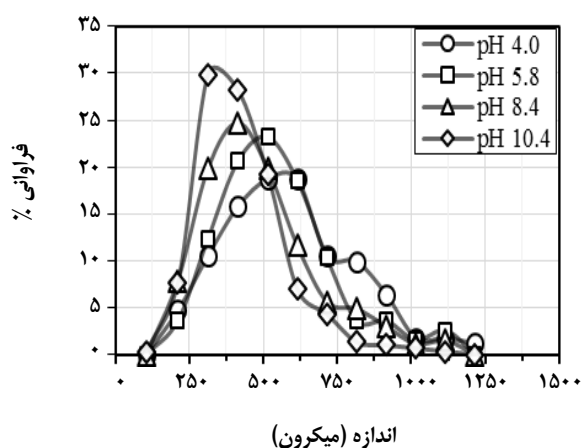
بر طبق مطالعه وو<sup>(۲)</sup> و همکاران [۲۲]، افزایش غلظت  $\text{OH}^-$  در محلول دو تاثیر متضاد دارد: (۱) باعث افزایش بار سطحی حباب‌ها شده و توسط نیروی دافعه‌ی الکتروستاتیکی به پایداری و کوچک ماندن آنها کمک می‌کند. (۲) قدرت یونی محلول را بالا برده و نیروی دافعه‌ی مؤثر بین حباب‌ها را از بین می‌برد و باعث تجمع حباب‌ها می‌شود. به عقیده‌ی این پژوهشگر، اثر اول غالب است و در مقدارهای pH بالاتر حباب‌ها ریزتر و پایدارتر می‌باشند.



شکل ۶ - توزیع ابعادی حباب‌ها در غلظت‌های گوناگون کف‌ساز.



شکل ۷ - تغییر قطر ساتر حباب‌ها به عنوان تابعی از pH.



شکل ۸ - توزیع ابعادی حباب‌ها در مقدارهای گوناگون pH.

(۱) Conway

(۲) Wu



اثر دما بر توزیع اندازه حباب‌ها تاکنون از جهت‌های گوناگونی از جمله تأثیر تغییرهای انحلال گاز در آب و همچنین گرانیروی بررسی شده است.

ژانگ در سال ۲۰۱۴ میلادی [۲۵] با بررسی اثر دما بر گرانیروی، دانسیته و کشش سطحی آب نشان داد که گرانیروی با افزایش دما کاهش یافته و تغییرهای دانسیته و کشش سطحی قابل چشم‌پوشی است. طبق مطالعه‌های ژانگ، رابطه (۶) بین  $d_{32}$  حباب‌ها و گرانیروی برقرار است:

$$d_{32} = 1.662 \left( \frac{\mu}{\mu_r} \right)^{0.796} \quad (6)$$

که در آن،  $\mu$  گرانیروی در دمای مورد آزمایش و  $\mu_{20}$  گرانیروی در دمای ۲۰ درجه سلسیوس می‌باشد.

بر طبق نتیجه‌های ژانگ با افزایش دما قطر ساتر حباب‌ها کاهش می‌یابد.

در ارتباط با اثر دما بر انحلال گازها، رابطه‌های تجربی گوناگونی برای تعیین غلظت گاز در محلول ارائه شده‌اند.

هوا ترکیبی از گازهای گوناگونی مانند اکسیژن، نیتروژن، آرگون، کربن دی‌اکسید و غیره است. به این علت که اکسیژن و نیتروژن اجزای غالب هوا هستند، انحلال آنها در آب بیش‌تر از سایر گازها بررسی شده است. غلظت اکسیژن در آب اشباع از هوا توسط رابطه‌های تجربی زیر قابل محاسبه است [۲۶]:

$$CO_2 = \frac{0.678(P-p)}{35+T}, \quad 0^\circ C < T < 30^\circ C \quad (7)$$

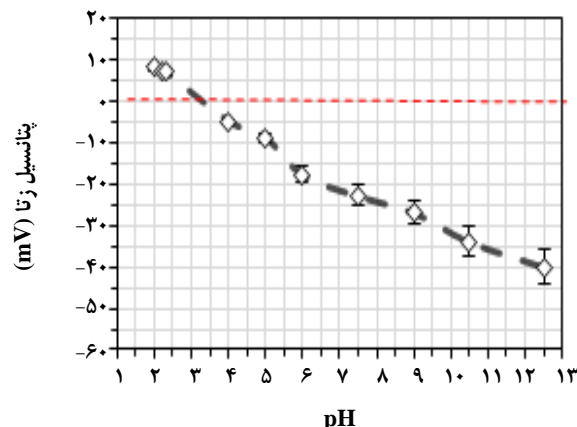
$$CO_2 = \frac{0.827(P-p)}{49+T}, \quad 30^\circ C < T < 50^\circ C \quad (8)$$

که در آن،  $CO_2$  غلظت اکسیژن در آب ( $mg O_2/L$ )،  $P$  فشار هوا (Torr)،  $p$  فشار بخار آب (Torr) و  $T$  دما ( $^\circ C$ ) می‌باشد.

غلظت نیتروژن، نئون و آرگون در محلول‌های نمکی در فشار استاندارد توسط معادله‌ی تجربی زیر توسط گارسیا و گوردون<sup>(۲)</sup> [۲۷] ارائه شده است:

$$\ln(C) = A_0 + A_1 T_s + A_2 T_s^2 + A_3 T_s^3 \quad (9)$$

$$T_s = \ln \left( \frac{298.15 - T}{273.15 + T} \right) \quad (10)$$



شکل ۹ - تغییر پتانسیل زتای سطحی حباب‌ها به عنوان تابعی از pH.

شکل ۹، تغییر پتانسیل زتای سطحی حباب‌ها را در محلول آبی

در حضور MIBC، به عنوان تابعی از pH نشان می‌دهد [۲۳].

مطابق شکل، در مقدارهای pH کم‌تر از ۳، پتانسیل زتای سطحی حباب‌ها مثبت و در مقدارهای بالاتر از آن، پتانسیل زتای منفی شده است. در نتیجه نقطه بار صفر نانوحباب‌ها در pH بین ۳ تا ۳/۵ واقع شده است. با افزایش pH از ۴ به ۱۰/۴ مقدار مطلق پتانسیل زتای از  $6 \text{ mV}$  به  $34 \text{ mV}$  کاهش یافته است (مقدار مطلق آن افزایش یافته است) که به معنای جذب بیش‌تر یون  $OH^-$  به علت افزایش پتانسیل شیمیایی این یون در مقدارهای pH بالاتر می‌باشد.

افزایش پتانسیل زتای حباب افزون بر آب، در حضور کف ساز MIBC نیز توسط فان<sup>(۱)</sup> [۲۴] به اثبات رسیده است.

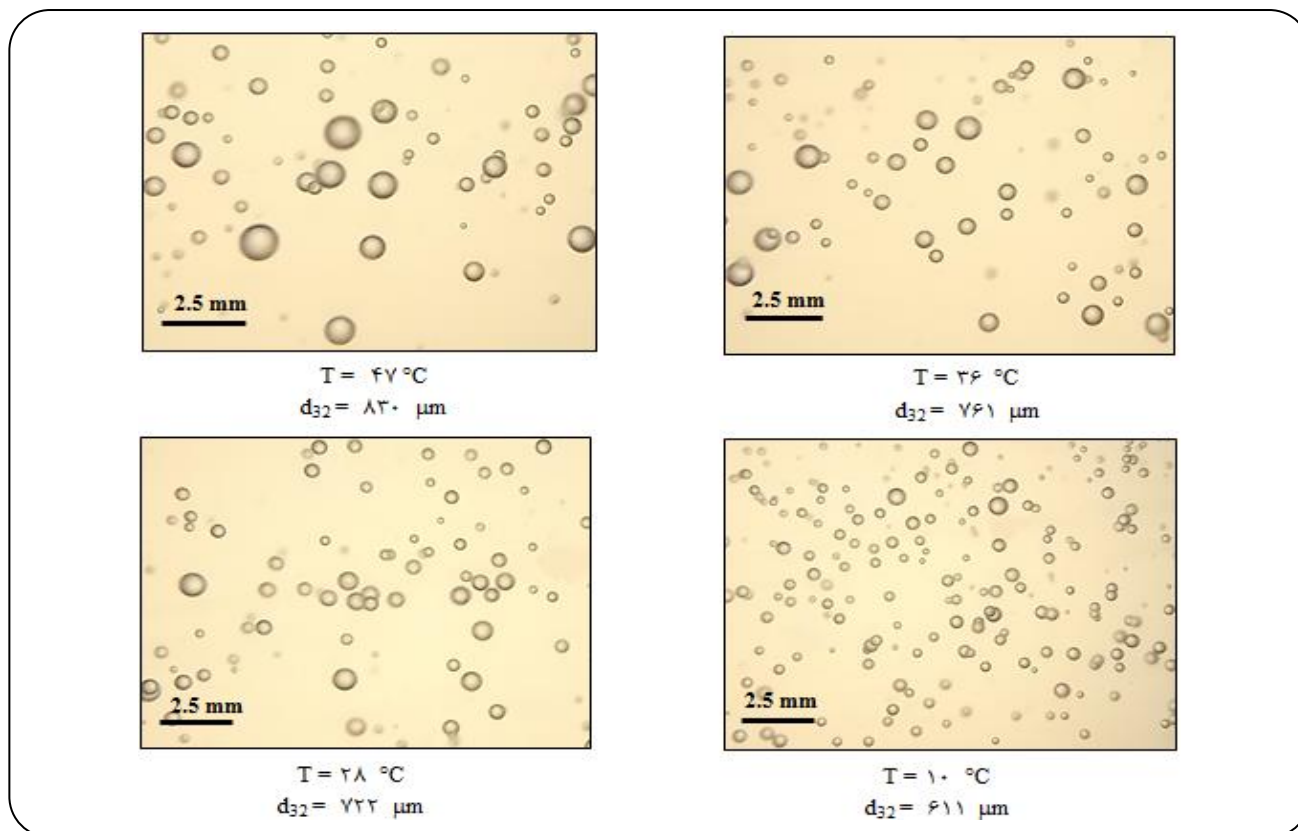
در نتیجه‌ی افزایش پتانسیل زتای حباب‌ها نیروی دافعه سطحی، از نزدیک شدن حباب‌ها به یکدیگر و در نتیجه تلفیق و بزرگ‌تر شدن آن‌ها جلوگیری می‌نماید.

### اثر دما

آزمایش‌های بررسی اثر دما در شرایط ثابت  $pH = 7$  و غلظت کف ساز ۳۰ ppm شدند. در این آزمایش‌ها، اثر تغییرهای دما از ۱۰ تا ۴۷ درجه سلسیوس بر اندازه حباب‌ها مورد بررسی قرار گرفت. نتیجه‌های این بررسی‌ها در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ آمده است. مطابق شکل ۱۰ افزایش دما از ۱۰ درجه به ۴۷ درجه سلسیوس، منجر به افزایش  $d_{32}$  حباب‌ها از ۶۱۱ میکرومتر به ۸۳۰ میکرومتر شده است. افزون بر این، در شکل ۱۱، منحنی توزیع اندازه حباب‌ها با افزایش دما به سمت راست متمایل شده است.

(1) Conway

(2) Wu



شکل ۱۰- اثر تغییر دما بر  $d_{32}$  حباب‌ها.

۵۰٪ حجمی دارای اندازه‌های بزرگ‌تر از آن می‌باشند) حباب‌ها از ۱۳۵ نانومتر به ۵۲ میکرون افزایش پیدا می‌کند. در آن مطالعه‌ها، به تأثیر دما بر انحلال گازها در آب اشاره شده است.

ماتومینگ [۳۰] نیز در سال ۲۰۱۰ میلادی با بررسی اثر دما بر اندازه‌های نانوحباب‌ها، نشان داد که افزایش دما از ۲۵ به ۲۷ درجه، منجر به افزایش اندازه نانو حباب‌ها می‌شود.

در ارتباط با حباب‌های از پیش تشکیل شده روی یک سطح هیدروفیل میکا، ژانگ [۳۱] نشان داد که با افزایش دما از ۲۸ درجه به ۴۲ درجه سلسیوس، ابعاد حباب‌ها ابتدا افزایش یافته و در ۳۷ درجه به بیش‌ترین اندازه خود می‌رسند و پس از آن کاهش می‌یابند. ژانگ کاهش انحلال گازها در آب را علت افزایش اندازه دانست و بیان کرد که انحلال گازها در ۳۷ درجه سلسیوس کمینه است.

با توجه به نتیجه‌های به‌دست آمده و نیز مطالعه‌های دیگر پژوهشگران، به نظر می‌رسد که بالاتر بودن میزان حلالیت هوا در آب در دماهای پایین‌تر، منجر به کاهش اندازه حباب‌ها هم‌زمان با کاهش دما می‌شود.

که در آن، C غلظت گاز در محلول در فشار استاندارد  $\mu\text{mol/kg}$  برای نیتروژن و آرگون) و T دما ( $^{\circ}\text{C}$ ) می‌باشد.

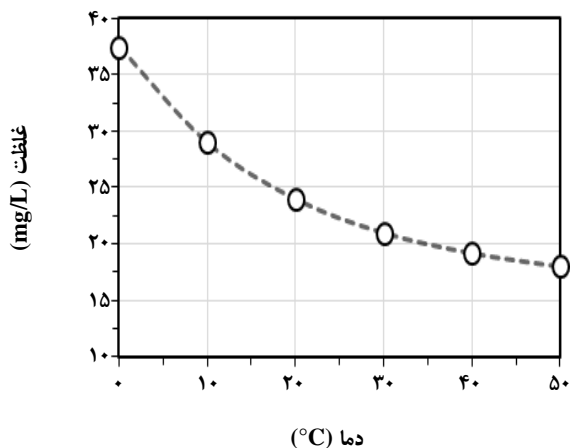
مقدار ضریب‌های معادله ی (۹) در جدول ۱ نشان داده شده است. شکل ۱۲ غلظت هوا در آب در بازه‌ی دمای ۰ تا ۵۰ درجه‌ی سلسیوس که توسط معادله‌های ۱۰-۷ محاسبه شده است را نشان می‌دهد [۲۶].

همان‌گونه که از شکل پیداست، با افزایش دما، قابلیت حلالیت هوا کاهش یافته است. در نتیجه با افزایش دما اندازه حباب‌ها افزایش می‌یابد. به نظر می‌رسد تأثیر حلالیت گازها بر توزیع اندازه حباب‌ها نسبت به ویسکوزیته غالب است. در نتیجه از وابستگی قابلیت حلالیت گاز در آب با تغییر دما برای توضیح نتیجه‌ها استفاده شده است.

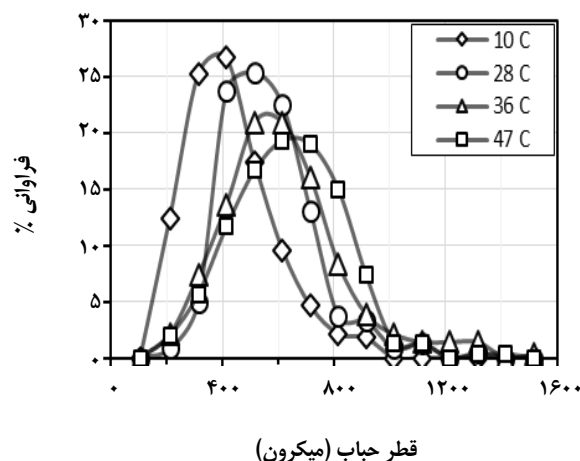
احمدی در سال ۲۰۱۳ میلادی [۲۹] با بررسی اثر دما بر ابعاد و توزیع ابعادی نانو - میکرو حباب‌ها نشان داد با افزایش دما از ۱۴ درجه سلسیوس تا ۴۰ درجه سلسیوس  $D_{v(0.5)}$  (قطری که ۵۰٪ حجمی نانو - میکرو حباب‌ها دارای ابعادی کوچک‌تر از این اندازه و

جدول ۱- مقدارهای ضریب‌های موجود در معادله (۹) [۲۸].

ضریب	آرگون ( $\mu\text{mol/kg}$ )	نیتروژن ( $\mu\text{mol/kg}$ )	نئون ( $\text{nmol/kg}$ )
A <sub>0</sub>	۲,۷۹	۶,۴۲	۲,۱۸
A <sub>1</sub>	۳,۱۷	۲,۹۲	۱,۲۹
A <sub>2</sub>	۴,۱۳	۴,۳۲	۲,۱۲
A <sub>3</sub>	۴,۹۰	۴,۶۹	۰



شکل ۱۲ - اثر دما بر غلظت هوا در آب [۲۶].



شکل ۱۱ - منحنی توزیع اندازه حباب‌ها در دماهای گوناگون.

## نتیجه گیری

همچنین در مقایسه‌ی حضور کف ساز در محلول نسبت به نبود آن، سه پدیده‌ی کاهش ابعاد، کاهش پهنای توزیع اندازه و تبدیل منحنی توزیع اندازه از حالت دو پیک به یک پیک دیده شد. به طور کلی دو عامل کاهش کشش سطحی و عدم تلفیق حباب‌ها در حضور کف ساز منجر به کاهش اندازه حباب می‌شود. با افزایش غلظت کف ساز، کشش سطحی کاهش پیدا کرده و در نتیجه‌ی این کاهش، ابعاد حباب‌ها کاهش پیدا می‌کند. در فرایند تولید حباب با فشار ثابت، فشار داخلی حباب‌ها ثابت مانده و کاهش کشش سطحی که در ارتباط با افزایش غلظت کف‌ساز است، باعث ریزتر شدن حباب‌های تولید شده می‌شود. در مقابل، بسیاری از پژوهش‌ها نشان دهنده این است که کشش سطحی کنترل کننده‌ی اندازه‌های حباب‌ها نیست. بنا به نظر برخی از پژوهشگران، رابطه‌ی ضعیفی بین اندازه حباب و کشش سطحی وجود دارد.

در مقدارهای pH بالا، با افزایش مقدار مطلق پتانسیل زتای سطحی حباب‌ها، نیروی دافعه‌ی بین حباب‌ها باعث پایدارتر شدن و کوچک ماندن آنها شد. مطابق نتیجه‌های به دست آمده

در این پژوهش، با استفاده از اصلاح روش پردازش تصویری، توزیع اندازه حباب‌های تولید شده در سلول فلوتاسیون مکانیکی آزمایشگاهی اندازه‌گیری شد. مشکل‌های اصلی روش پردازش تصویری در ارتباط با همپوشانی حباب‌ها و پرسپکتیو در عکس‌ها، با انتخاب لوله‌ی نمونه‌گیر با قطر کوچک، شیب  $15^\circ$  صفحه‌ی جلویی محفظه نمایش و تنظیم‌های انجام شده در روش آنالیز تصویری برطرف شدند. افزون‌براین، با افزایش تعداد تصویرهای گرفته شده و حباب‌های پردازش شده در هر آزمایش، انحراف معیار اندازه‌گیری ابعاد حباب‌ها کمینه شد. با اصلاح‌های انجام شده در چگونگی نمونه‌برداری از حباب‌ها، عکس‌برداری و پردازش تصویرها، خطای اندازه‌گیری کاهش پیدا کرده و انحراف معیار معادل  $0.24 \pm 0.7$  به دست آمد.

نتیجه‌های بررسی اثر پارامترها بر ابعاد حباب‌ها نشان داد که افزایش غلظت کف ساز به واسطه‌ی جلوگیری از تلفیق حباب‌ها، منجر به کاهش اندازه حباب‌ها از ۹۱۰ میکرون به ۷۰۶ میکرون شد.

همزمان با کاهش دما می‌شود. بسیاری از پژوهش‌ها بیانگر این است که تغییرهای جزئی کشش سطحی ناشی از تغییرهای دمایی، کنترل کننده‌ی اندازه حباب‌ها نیست. بررسی اثر دما بر گرانروی، دانسیته و کشش سطحی آب توسط سایر پژوهشگران نشان داده است که گرانروی با افزایش دما کاهش یافته، ولی تغییرهای دانسیته و کشش سطحی قابل چشم‌پوشی است.

### قدردانی

بدین وسیله از کلیه مدیران و کارکنان مرکز تحقیقات فرآوری مواد معدنی ایران و سازمان توسعه و نوسازی معادن و صنایع معدنی ایران (ایمیدرو) به واسطه حمایت مالی از این پژوهش، تشکر و قدردانی می‌شود.

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۲/۲۲ ؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۰/۱۴

در این پژوهش، با افزایش مقدار pH از ۴ به ۱۰/۴،  $d_{32}$  حباب‌ها از ۱۰۲۰ میکرون به ۷۵۴ میکرون کاهش یافت. افزایش غلظت  $OH^-$  با افزایش pH، دو تأثیر متفاوت بر ابعاد حباب‌ها دارد. از سویی باعث افزایش بار سطحی حباب‌ها شده و توسط نیروی دافعه الکتروستاتیکی به پایداری و کوچک ماندن آن‌ها کمک می‌کند. اما از سوی دیگر، قدرت یونی محلول را بالا برده و نیروی دافعه‌ی مؤثر بین حباب‌ها را از بین می‌برد و باعث تجمع حباب‌ها می‌شود. بر اساس بررسی‌های انجام شده، اثر اول غالب است و در مقدارهای pH بالاتر، حباب‌ها ریزتر و پایدارتر می‌شوند.

همچنین مطالعه اثر دما بر ابعاد حباب‌ها نشان داد که با افزایش دما از ۱۰ °C به ۴۷ °C به علت کاهش حلالیت هوا در آب، اندازه حباب‌ها از ۶۱۱ میکرون به ۸۳۰ میکرون افزایش پیدا کرد. با توجه به نتیجه‌های به دست آمده و نیز مطالعه‌های دیگر پژوهشگران، به نظر می‌رسد که بالاتر بودن میزان حلالیت هوا در آب در دماهای پایین‌تر، منجر به کاهش اندازه حباب‌ها

### مراجع

- [1] Cho Y. S., "Effect of Flotation Frothers on Bubble Size and Foam Stability", Master of Science Dissertation, The University of British Columbia, Canada, Vancouver (2002).
- [2] Grainer A., [Bubble Generation in Froth Flotation Machines](#), *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy*, **79**: 15–22 (1970).
- [3] Swapna R., [Bubble Size and Radial Gas Hold-up Distributions in a Slurry Bubble Column Using Ultrafast Electron Beam X-Ray Tomography](#), *AIChE journal*, **59**(5): 1709-1722 (2012).
- [4] Jung S.Y., Park H.W., Lee S.J., [Simultaneous Measurement of Bubble Size, Velocity and Void Fraction in Two-Phase Bubbly Flows with Time-Resolved X-Ray Imaging](#), *Journal of Synchrotron Radiation*, **21**(2): 424-429 (2014).
- [5] Brian G.T., Alex D., Hua B., [Behavior of Argon Bubbles during Continuous Casting of Steel](#), "80th Steelmaking Conference", Chicago, 13-16 (1997).
- [6] Nikhitha B., Deekshith P., Santhosh Kumar G., [A Review of Methodologies to Determine Bubble Diameter and Bubble Velocity](#), *International Journal of Scientific and Research Publications*, **2**(9):11-20 (2012).
- [7] Pandit A.B., Varley J., Thorpe R.B., Davidson J.F., [Measurement of Bubble Size Distribution - an Acoustic Technique](#), *Chem Eng Sci*, **47**:1079-1089 (1992).
- [8] Chen F., Gomez C.O., Finch J.A., [Technical Note: Bubble Size Measurement in Flotation Machines](#), *Minerals Engineering*, **14**(4):427-432 (2001).

- [9] Hernandez-Aguilar J.R., Gomez C.O., Finch, J.A., [A Technique for the Direct Measurement of Bubble Size Distributions in Industrial Flotation Cells](#), "Proceedings of the 34th Annual Meeting of the Canadian Mineral Processors", 389-402 (2002).
- [10] Azgomi F., Gomez C.O., Finch J.A., [Correspondence of Gas Holdup and Bubble Size in Presence of Different Frothers](#), *Int. J. Miner. Process.*, **83**: 1-11 (2007).
- [11] Finch J.A., Nasset J.E., Acuña C., [Role of Frother on Bubble Production and Behaviour in Flotation](#), *Minerals Engineering* **21**: 949-957 (2008).
- [12] Aldrich C., Feng D., [The Effect of Frothers on Bubble Size Distributions in Flotation Pulp Phase And Surface Froths](#), *Minerals Engineering*, **13**(10-1): 1049-1057 (2000).
- [13] Sweet C., van Hoogstraten J., Harris M., Laskowski J.S., [The Effect of Frothers on Bubble Size and Frothability of Aqueous Solutions](#), *Minerals Engineering*, **21**: 949-957 Series on Fundamental in Mineral Processing. The Metallurgical Society of CIM, 235-246 (1997).
- [14] Gupta A. K., Banerjee P.K., Mishra, A., Satish, P., [Effect of Alcohol and Polyglycol Ether Frothers on Foam Stability, Bubble Size and Coal Flotation](#), *Int. J. Miner. Process.*, **82**: 126-137 (2006).
- [15] Moyo P., ["Characterization of Frothers By Water Carrying Rate"](#), McGill University Montreal, Canada, 978-0-494-22658-2 (2005).
- [16] Zhang W., Nasset J.E., Rao R., Finch J.A., [Characterizing Frothers Through Critical Coalescence Concentration \(CCC\)95-Hydrophile-Lipophile Balance \(HLB\) Relationship](#), *Minerals*, **2**: 208-227 (2012).
- [17] Nasset J.E., Zhang W., Finch J. A., [Benchmarking Tool for Assessing flotation Cell Performance](#), "Proceedings of the 44th Annual Meeting of Canadian Mineral Processors (CIM)", Ottawa, Canada, 17-19 January, 183-209 (2012).
- [18] Calgaroto S., Wilberg K.Q., Rubio J., [On the Nanobubbles Interfacial Properties and Future Applications in Flotation](#), *Minerals Engineering*, **60**, 33-40 (2014).
- [19] Elmahdy A.M., Mirnezami M., Finch J.A., [Zeta Potential of Air Bubbles in Presence of Frothers](#), *Int. J. Miner. Process.*, **89**, 40-43 (2008).
- [20] Wu Ch., Nasset K., Masliyah J., Xu Zh., [Generation and Characterization of Submicron Size Bubbles](#), *Advances in Colloid and Interface Science* **19**(2): 123-132 (2012).
- [21] Conway B.E., [Ion hydration near air/water interfaces and the structure of liquid surfaces](#), *Electroanal J., Chem.*, **65**:491-504 (1975).
- [22] Jin F., Li J., Ye X., Wu Ch., [Effects of pH and Ionic Strength on the Stability of Nanobubbles in Aqueous Solutions of  \$\alpha\$ -Cyclodextrin](#), *J. Phys. Chem.*, **111**:11745-11749 (2007).

[۲۳] احمدی، رحمان؛ خدادادی، احمد؛ عبداللهی، محمود؛ فلوتاسیون نرمه‌های کالکوپیریت در حضور نانوحباب‌های تولید شده با روش کاویتاسیون هیدرودینامیکی، نشریه شیمی و مهندسی شیمی ایران، (۴) ۳۲: ۸۱ تا ۹۱ (۱۳۹۲).

- [24] Phan C. M., [Surface Potential of Methyl Isobutyl Carbinol Adsorption Layer at the Air/Water Interface](#), *The Journal of Physical Chemistry*, **116**: 980–986 (2012).
- [25] Zhang W., Nasset J. E., Finch J.A., [Bubble Size as a Function of Some Situational Variables in Mechanical Flotation Machines](#), *J. Cent. South Univ.*, **21**: 720–727 (2014).
- [26] Najafi A., Drelich J., Yeung A., Xu Zh., Masliyah J., [A Novel Method of Measuring Electrophoretic Mobility of Gas Bubbles](#), *Journal of Colloid and Interface Science*, **308**: 344–350 (2007).
- [27] Garcia, H.E., Gordon, L.I., Limnol, J., [Oxygen solubility in seawater: Better fitting equations](#), *Limnology and Oceanography*, *Oceanogr*, **37**: 1307–1312 (1992).
- [28] Hamme R.C., Emerson S.R., [The solubility of neon, nitrogen and argon in distilled water and seawater](#), *Deep-Sea Res. Part I* 51: 1517–1528 (2004).
- [۲۹] احمدی، رحمان، "فلوتاسیون نرمه‌ها از باطله‌های معدنی با تلفیقی از نانو- میکرو حباب‌ها"، پایان نامه دکتری، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی (۲۰۱۳).
- [30] Maoming F., ["Picobubble Enhanced Flotation of Coarse Phosphate Particles"](#), Ph.D. dissertation, The University of Kentucky, College of Engineering (2010).
- [31] Zhang X. H., Li, Gang, W., Zhang X. D., Hu J., [Effect of Temperature on the Morphology of Nanobubbles at Mica/Water Interface](#), *Chinese Physics*, **14**(9): 1009-1963 (2005).